



Dinámica de puentes Arco Atirantados para el ferrocarril de alta velocidad. Estudio de un caso, planteamiento de alternativas y conclusiones para el diseño.

Granada, Septiembre de 2012



Proyecto Fin de Carrera

Autor: Enrique García Macías

Director: Prof. Dr. Alejandro Martínez Castro



DINÁMICA DE PUENTES ARCO-ATIRANTADOS MIXTOS PARA EL FERROCARRIL DE ALTA VELOCIDAD. ESTUDIO DE UN CASO, PLANTEAMIENTO DE ALTERNATIVAS Y CONCLUSIONES PARA EL DISEÑO.

PROYECTO FIN DE CARRERA

Por

Enrique García Macías.

Ingeniería de Caminos, Canales y Puertos.

Tutor

Alejandro Martínez Castro

Departamento de Mecánica de Estructuras e Ingeniería Hidráulica ,

Universidad of Granada

Edificio Politécnico Fuentenueva, C/ Severo Ochoa s/n, CP 18002

Granada (España)

Septiembre 2012

© Copyright 2012
por
Enrique García Macías.

Resumen

En la ingeniería de puentes de ferrocarril de alta velocidad, la tipología estructural de puentes arco-atirantado supone una elección idónea en el caso de encuentros con otras estructuras en condiciones de gálibo limitado. No obstante, la ejecución de puentes bajo esta tipología es aún reducida a nivel nacional, así como el número de publicaciones respecto a la respuesta dinámica ante el paso de cargas móviles en este tipo de estructuras.

La finalidad de este proyecto es analizar un puente arco-atirantado simple bajo el paso de cargas móviles y analizar su respuesta dinámica, detectando los posibles efectos resonantes que puedan darse. Tras ello, proponer alternativas en el diseño, valorar las tipologías de arco, efectos de segundo orden P-Delta, relación entre la modelización bidimensional y tridimensional y análisis de sensibilidad de la respuesta frente a la tasa de amortiguamiento para, en definitiva, disponer de un rango de posibilidades de actuación con las que pueda contar el ingeniero que se enfrente al diseño de un puente de tipología arco-atirantado, conociendo las mejoras y variaciones que inducen cada una de ellas.

La solución al problema teórico de paso de cargas móviles ha sido generalmente desarrollada mediante métodos de integración incremental en el dominio del tiempo, o más bien conocidos como métodos Paso a Paso. No obstante, el método de cálculo Semi-Analítico, desarrollado en el seno de la Universidad de Granada, presenta notables mejoras en términos de precisión y tiempo de cálculo. Esta metodología aunque aún se encuentra en fase incipiente, ha sido reconocida por la comunidad científica como la solución definitiva al problema de paso de cargas móviles. Por ello, en este proyecto se optó por su uso en todos los cálculos dinámicos desarrollados tras verificar sus ventajas frente a los métodos tradicionales mediante el desarrollo de tests comparativos.

Finalmente, se desarrollan índices económicos, que frente a la respuesta en términos de aceleraciones máximas y sensibilidad frente a la tasa de amortiguamiento, sintetizan todas las alternativas estudiadas y proporcionan un criterio de elección final.

Agradecimientos

En primer lugar, querría expresar mi enorme agradecimiento a mi padre, Jorge, por el apoyo incondicional y el permanente ahínco por hacerme ver que las cosas no son tan complicadas como parecen, tratando siempre de plantearme soluciones a todas las trabas con las que me he ido encontrando por el camino. Tampoco podría olvidar el apoyo de mi madre, Concepción, especialmente en las dos últimas semanas de trabajo, por aguantar mi estado permanente de nervios y por los cientos de cafés que preparó y sin los cuales, posiblemente, no hubiera podido terminar este trabajo.

También querría expresa mi eterno agradecimiento al Prof. Alejandro Martínez Castro, por su paciencia y compromiso tanto profesional como personal. Lo conocí en la Universidad de Granada en el año 2007 desde el papel de alumno, y al igual que hicieron algunos otros profesores del departamento, Alejandro Martínez contribuyó a generar esta gran pasión por el mundo de las estructuras, mundo al que espero pertenecer de manera profesional en un futuro próximo. En cuanto a la realización de este proyecto, su apoyo ha sido constante, desde la facilitación de una plataforma de cálculo intensivo, nociones sobre el método semianalítico, ideas sobre contrastes con modelos 2D, comparativa en base al espectro de aceleraciones, etc.

En segundo lugar querría mostrar mi especial agradecimiento al Prof. Alejandro Castillo Linares, sin el cual posiblemente este proyecto nunca se hubiera llevado a cabo. Ante todo valoro su consejo personal pues posiblemente fue la chispa que me instigó a orientar el futuro hacia el mundo de la investigación. En cuanto a este proyecto, sus aportaciones han sido múltiples y muy valiosas, entre ellas, permitió el análisis del arco de Santa Ana como ejemplo de diseño, puente que se ejecutó bajo su autoría. En cuanto a la metodología, está basada en el estudio que se desarrolló sobre dicho puente en la búsqueda de alternativas que mejoraran su respuesta dinámica.

Tampoco querría olvidar la ayuda de buenos amigos como Patricia, Victoria o Pedro, amigos que de un modo u otro contribuyeron a darme la fuerza y el apoyo necesarios para poder desarrollar este proyecto con éxito.

Finalmente, querría mostrar mi eterna gratitud a mis compañeros y amigos Enrique, Héctor y Juan, que me han acompañado desde el inicio de esta gran aventura de la ingeniería y que espero que en futuro pueda seguir siendo así más allá de los muros de la escuela.

Dedicado a mis queridos padres, Jorge y Concepción.

Índice general

Resumen	III
Agradecimientos	V
Capítulo 1. Introducción, objetivos y metodología.	1
1.1. Introducción.	1
1.1.1. Motivación y problemática existente.	1
1.1.2. Particularidades de la tipología de puentes arco-atirantado.	2
1.2. Objetivos.	4
1.3. Metodología.	4
Capítulo 2. Revisión del estado del arte	7
2.1. Tratamiento normativo del problema dinámico.	7
2.1.1. Introducción.	7
2.1.2. Cálculo estático y coeficiente de impacto envolvente.	8
2.1.3. Coeficiente de impacto para los trenes reales.	9
2.1.4. Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con car- gas móviles.	9
2.1.5. Cálculo dinámico simplificado mediante la impronta dinámica del tren.	10
2.1.6. Cálculo dinámico mediante la integración directa en el tiempo con in- teracción vehículo-estructura.	10
2.2. Solución al problema de cargas móviles	10
2.2.1. Trabajos y publicaciones sobre soluciones al problema de cargas mó- viles en puentes.	10
2.2.2. Planteamiento teórico general. Métodos de integración paso a paso.	12
2.2.3. Conclusión.	14
Capítulo 3. Solución Semianalítica para el paso de carga móvil sobre la estructura	15
3.1. Introducción	15
3.2. Ecuación de Gobierno para una viga.	16
3.3. Discretización espacial	18
3.4. Resolución	22
3.5. Generalización del método.	26
3.6. Ventajas del método semianalítico	28

3.7. Test de validación.	29
3.7.1. Planteamiento.	29
3.7.2. Test de validación 1: Viga de tres vanos	30
3.7.3. Test de validación 2: Tablero losa.	34
3.7.4. Conclusiones.	38
Capítulo 4. Predimensionamiento de la estructura	39
4.1. Introducción	39
4.2. Acciones de predimensionamiento.	40
4.2.1. Cargas permanentes (G):	40
4.2.2. Acciones variables (Q).	41
4.3. Esfuerzos para predimensionamiento:	42
4.4. Verificaciones en E.L.U.	44
4.4.1. Abolladura de almas.	44
4.4.2. Comprobación a pandeo del arco:	45
4.4.3. Carga máxima en péndolas:	48
4.5. Geometría final.	49
4.6. Verificaciones en E.L.S.	52
4.6.1. Análisis estructural	52
4.7. Acciones.	53
4.7.1. Modelos de cálculo.	56
4.7.2. Verificación de los ELS.	58
Capítulo 5. Análisis dinámico	67
5.1. Modelo de cálculo.	67
5.1.1. Descripción del modelo 2D.	67
5.1.2. Descripción del modelo 3D.	69
5.2. Validación de los modelos	71
5.2.1. Validación del modelo plano mediante fórmulas analíticas.	71
5.2.2. Validación del modelo tridimensional.	73
5.3. Análisis del paso de carga móvil.	74
5.3.1. Planteamiento.	74
5.3.2. Envolvente de aceleraciones.	77
5.3.3. Composición de aceleraciones por trenes.	81
5.3.4. Series temporales. Resonancia.	82
5.3.5. Modos locales de flexión.	87
5.3.6. Conclusión.	89
Capítulo 6. Diseño de estructuras alternativas.	91
6.1. Introducción.	91
6.2. Presentación de las variantes	92

6.2.1.	Análisis de sensibilidad: variación del amortiguamiento inherente. . .	92
6.2.2.	Aumento del canto de losa.	92
6.2.3.	Aumento del número de péndolas.	92
6.3.	Cálculos dinámicos.	99
6.3.1.	Envolventes.	99
6.3.2.	Análisis de sensibilidad al coeficiente de amortiguamiento	121
6.3.3.	Efecto P-Delta.	125
6.3.4.	Análisis de la resonancia.	127
6.3.5.	Efecto del arco relleno de hormigón.	145
Capítulo 7.	Conclusiones y aportaciones.	149
7.1.	Valoración económica de alternativas.	149
7.2.	Comparativa entre tipologías de arco.	150
7.3.	Comparativa entre alternativas estructurales.	150
7.4.	Conclusiones.	153
Apéndices		155
Apéndice A.	Métodos de integración numérica en sistemas de un grado de libertad.	157
A.1.	Dominio del tiempo	157
A.2.	Dominio de la frecuencia	159
A.3.	Resolución numérica. Método de Newmark-Beta	163
A.3.1.	Formulación método de Newmark	163
Apéndice B.	Características mecánicas seccionales.	167
B.1.	Secciones con anchos eficaces.	167
B.2.	Secciones del modelo dinámico.	170
Apéndice C.	Trenes.	173

Índice de tablas

2.1. Métodos de cálculo dinámico prescritos en la instrucción IAPF-07	8
3.1. Frecuencias de modos de vibración test 1.	31
3.2. Frecuencias de modos de vibración en test de validación 2.	35
4.1. Cuantías de acero	40
4.2. Secciones de cálculo	56
4.3. Flechas estáticas.	58
4.4. Contraflechas.	58
5.1. Áreas de cortante.	68
5.2. Tamaño del mallado de elementos finitos por vanos. Modelo bidimensional. .	69
5.3. Validación de flechas estáticas (m), modelo bidimensional y tridimensional para el diseño original.	73
5.4. Validación por modos naturales fundamentales (Hz), modelo bidimensional y tridimensional para el diseño original.	73
5.5. Modos fundamentales de vibración lineales y de segundo orden, modelo bidimensional del diseño inicial.	75
5.6. Aceleraciones envolventes, en modelos bidimensional y tridimensional del diseño original, para las tres hipótesis de balasto.	77
5.7. Características dinámicas del tren.	87
6.1. Relación número de péndolas verticales y luz de vano en solución inicial propuesta y puentes reales.	93
6.2. Aceleraciones envolventes por alternativas.	99
6.3. Punto donde se produce la resonancia, tren y velocidad de paso por alternativas.	100
6.4. Modos fundamentales de vibración, lineales y de segundo orden para el modelo de celosía tipo1.	126
6.5. Modos fundamentales de vibración, lineales y de segundo orden para el modelo de celosía tipo2.	127
6.6. Características dinámicas tren para modelo de losa de 40cm.	129
6.7. Características dinámicas tren para alternativa con mayor número de péndolas y losa de 40cm.	134
6.8. Características dinámicas tren para alternativa celosía tipo 2.	141
6.9. Características dinámicas tren para alternativa de vigas de canto variable. . . .	144
6.10. Modos fundamentales de vibración, lineales y de segundo orden para el modelo de arco sin relleno de hormigón.	147

7.1. Peso de acero estructural, acero de péndolas, volumen de hormigón y coste para cada alternativa.	149
B.1. Sección tipo 1.	167
B.2. Sección tipo 2.	167
B.3. Sección tipo 3.	167
B.4. Sección tipo 4.	168
B.5. Sección tipo 5.	168
B.6. Sección tipo 6.	168
B.7. Sección tipo 7.	168
B.8. Sección tipo 8.	168
B.9. Sección tipo 9.	169
B.10. Sección tipo 10.	170
B.11. Sección tipo 11.	170
B.12. Sección tipo A.	170
B.13. Sección tipo B.	170
B.14. Sección tipo C.	171
B.15. Sección tipo D.	171
B.16. Sección tipo E.	171
B.17. Sección tipo F.	171
B.18. Sección tipo G.	171
B.19. Sección tipo H.	172
B.20. Sección tipo I.	172
B.21. Sección tipo J.	172
C.1. Tren dinámico universal A1.	173
C.1. Tren dinámico universal A1.	174
C.2. Tren dinámico universal A2.	174
C.2. Tren dinámico universal A2.	175
C.2. Tren dinámico universal A2.	176
C.3. Tren dinámico universal A3.	176
C.3. Tren dinámico universal A3.	177
C.4. Tren dinámico universal A4.	177
C.4. Tren dinámico universal A4.	178
C.5. Tren dinámico universal A5.	178
C.5. Tren dinámico universal A5.	179
C.6. Tren dinámico universal A6.	180
C.6. Tren dinámico universal A6.	181
C.7. Tren dinámico universal A7.	181
C.7. Tren dinámico universal A7.	182
C.8. Tren dinámico universal A8.	182
C.8. Tren dinámico universal A8.	183

C.9. Tren dinámico universal A9.	183
C.9. Tren dinámico universal A9.	184
C.10. Tren dinámico universal A10.	184
C.10. Tren dinámico universal A10.	185
C.11. Tren TALGO.	185
C.11. Tren TALGO.	186
C.12. Tren de AVE.	186
C.12. Tren de AVE.	187
C.12. Tren de AVE.	188

Índice de figuras

3.1. Esquema de carga móvil sobre viga de sección variable.	16
3.2. Discretización.	18
3.3. Esquema de línea de carga C1.	27
3.4. Esquema de línea de carga y puntos de postproceso en estructura.	27
3.5. Esquema de cálculo del Método Semianalítico Generalizado.	28
3.6. Geometría de la viga, Test1.	30
3.7. Ejemplo de modo vibración 11. Test1.	31
3.8. Paso de cargas mediante el método de Newmark, Test1.	32
3.9. Paso de cargas mediante método Semianalítico, Test1.	32
3.10. Comparación entre distintas metodologías de paso de cargas, Test1.	33
3.11. Geometría y puntos de postproceso de losa. Test 2.	34
3.12. Aceleración vertical mediante integración paso a paso. Test de validación 2. .	36
3.13. Aceleración vertical mediante el método semianalítico. Test de validación 2. .	36
3.14. Comparativa en punto de postproceso de centro de vano, punto 1. Test de validación 2.	37
3.15. Comparativa en punto de postproceso de cuarto de vano, punto 2. Test de validación 2.	37
3.16. Comparativa en punto de postproceso de cama de balasto, punto 3. Test de validación 2.	38
4.1. Alzado del puente. Propuesta inicial.	39
4.2. Sección tipo vigas laterales.	40
4.3. Tren de cargas UIC71	41
4.4. Esquema resistente.	43
4.5. Sección del arco en su encuentro con el tablero.	45
4.6. Sección del arco en la clave.	48
4.7. Sección tipo de tablero de puente.	49
4.8. Guitarra de predimensionamiento. Iteración 1, solución inicial.	50
4.9. Alzado de tablero y arco, solución inicial.	51
4.10. Detalle enlace vigas transversales y vigas laterales rigidizadas. Solución inicial.	51
4.11. Detalle de sección, armadura y chapa de grecada de losa.	51
4.12. Esquema de vigas transversales de canto variable.	52
4.13. Anchos eficaces.	53

5.1. Determinación de áreas de cortante mediante simulación numérica por comparación, en términos de flechas, entre elementos tipo barra y elementos tipo shell.	68
5.2. Modelo de cálculo bidimensional.	69
5.3. Modelo de cálculo tridimensional, diseño inicial.	70
5.4. Modelo de cálculo tridimensional, detalle de vigas laterales y unión con losa para el diseño inicial.	71
5.5. Modos fundamentales de una viga isostática.	72
5.6. Modos de vibración teóricos para viga isostática.	73
5.7. Puntos de postproceso para el modelo tridimensional.	76
5.8. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 13, modelo 2D para hipótesis de balasto disminuido.	78
5.9. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 13, modelo 2D para hipótesis nominal de balasto.	78
5.10. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 13, modelo 2D para hipótesis de balasto aumentado.	79
5.11. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 21, modelo 3D para hipótesis de balasto disminuido	79
5.12. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 29, modelo 3D para hipótesis de balasto nominal.	80
5.13. Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 27, modelo 3D para hipótesis de balasto aumentado.	80
5.14. Composición por trenes en punto de postproceso 13, modelo bidimensional. .	81
5.15. Composición por trenes en punto de postproceso 29, modelo tridimensional.	82
5.16. Serie temporal 220km/h	83
5.17. Serie temporal 250km/h	83
5.18. Serie temporal 260km/h	84
5.19. Espectro de aceleraciones, velocidad de paso de 220km/h	85
5.20. Espectro de aceleraciones, velocidad de paso de 250km/h	85
5.21. Espectro de aceleraciones, velocidad de paso de 260km/h	86
5.22. Modo resonante.	86
5.23. Modo 554 de flexión local en vigas transversales.	88
5.24. Modo 554 de flexión local en vigas transversales y losa.	89
6.1. Número de péndolas en estructural original (arriba) y alternativa de mayor número (abajo).	93
6.2. Perfil de alternativa con mayor número de péndolas	94
6.3. Alternativa aumento del número de péndolas, modelo completo.	94
6.4. Esquema de geometría de péndolas tipo Network.	95
6.5. Modelo de péndolas Network, perfil.	95
6.6. Modelo de péndolas Network, modelo completo.	96

6.7. Modelo de celosía tipo 1, perfil.	96
6.8. Modelo de celosía tipo 1, modelo completo.	97
6.9. Modelo de celosía tipo 2, perfil.	97
6.10. Modelo de celosía tipo 2, modelo completo.	98
6.11. Esquema de geometría alternativa e viga de canto variable.	98
6.12. Modelo de viga de canto variable figura, perfil.	99
6.13. Modelo de viga de canto variable figura, modelo completo.	99
6.14. Envoltente de aceleraciones en vano 1, solución inicial de péndolas cuasi- verticales.	101
6.15. Envoltente de aceleraciones en vano 2, solución inicial de péndolas cuasi- verticales.	101
6.16. Envoltente de aceleraciones en vano 3, solución inicial de péndolas cuasi- verticales.	102
6.17. Envoltente de aceleraciones en vano 4, solución inicial de péndolas cuasi- verticales.	102
6.18. Envoltente de aceleraciones en vano 5, solución inicial de péndolas cuasi- verticales.	103
6.19. Envoltente de aceleraciones en vano 1, solución con losa de 40cm.	103
6.20. Envoltente de aceleraciones en vano 2, solución con losa de 40cm.	104
6.21. Envoltente de aceleraciones en vano 3, solución con losa de 40cm.	104
6.22. Envoltente de aceleraciones en vano 4, solución con losa de 40cm.	105
6.23. Envoltente de aceleraciones en vano 5, solución con losa de 40cm.	105
6.24. Envoltente de aceleraciones en vano 1, solución con aumento del número de péndolas.	106
6.25. Envoltente de aceleraciones en vano 2, solución con aumento del número de péndolas.	106
6.26. Envoltente de aceleraciones en vano 3, solución con aumento del número de péndolas.	107
6.27. Envoltente de aceleraciones en vano 4, solución con aumento del número de péndolas.	107
6.28. Envoltente de aceleraciones en vano 5, solución con aumento del número de péndolas.	108
6.29. Envoltente de aceleraciones en vano 1, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.	108
6.30. Envoltente de aceleraciones en vano 2, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.	109
6.31. Envoltente de aceleraciones en vano 3, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.	109
6.32. Envoltente de aceleraciones en vano 4, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.	110

6.33. Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.	110
6.34. Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con péndolas tipo Network.	111
6.35. Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con péndolas tipo Network.	111
6.36. Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con péndolas tipo Network.	112
6.37. Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con péndolas tipo Network.	112
6.38. Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con péndolas tipo Network.	113
6.39. Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con celosía tipo 1.	113
6.40. Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con celosía tipo 1.	114
6.41. Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con celosía tipo 1.	114
6.42. Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con celosía tipo 1.	115
6.43. Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con celosía tipo 1.	115
6.44. Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con celosía tipo 2.	116
6.45. Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con celosía tipo 2.	116
6.46. Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con celosía tipo 2.	117
6.47. Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con celosía tipo 2.	117
6.48. Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con celosía tipo 2.	118
6.49. Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con viga de canto variable.	118
6.50. Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con viga de canto variable.	119
6.51. Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con viga de canto variable.	119
6.52. Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con viga de canto variable.	120
6.53. Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con viga de canto variable.	120
6.54. Análisis de sensibilidad aceleración vs factor de amortiguamiento en solución inicial.	121
6.55. Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en el modelo de losa de 40cm.	122
6.56. Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con mayor número de péndolas.	122
6.57. Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con mayor número de péndolas y losa 40cm.	123
6.58. Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con péndolas tipo Network.	123
6.59. Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con celosía tipo 1.	124
6.60. Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con celosía tipo 2.	124
6.61. Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con vigas de canto variable.	125
6.62. Serie temporal tren 3 velocidad 250 km/h, modelo con canto de losa de 40cm.	128
6.63. Espectro de aceleraciones de modelo de losa de 40cm.	129

6.64. Modo resonante de modelo losa 40cm.	129
6.65. Composición por trenes en punto 21, alternativa con losa de 40cm.	130
6.66. Serie temporal tren 3 velocidad 255 km/h, modelo con mayor número de péndolas.	131
6.67. Espectro de aceleraciones de modelo con mayor número de péndolas.	132
6.68. Modo resonante modelo con más péndolas.	132
6.69. Composición por trenes en punto 21, alternativa con más péndolas.	133
6.70. Serie temporal tren 4 velocidad 260 km/h, modelo con mayor número de péndolas y losa de 40cm.	133
6.71. Espectro de aceleraciones del modelo con mayor número de péndolas y losa 40cm.	134
6.72. Composición por trenes en punto 21, alternativa con más péndolas y losa de 40cm.	135
6.73. Serie temporal tren 3 velocidad 250 km/h en punto 21, modelo de péndolas Network.	136
6.74. Espectro de aceleraciones de modelo de péndolas Network.	136
6.75. Modo resonante en modelo de péndolas Network.	137
6.76. Composición por trenes en punto 21, alternativa con péndolas tipo Network.	137
6.77. Serie temporal tren 3 velocidad 250 km/h, modelo de celosía tipo 1.	138
6.78. Espectro de aceleraciones del modelo de celosía tipo 1.	138
6.79. Modo resonante en modelo con celosía tipo 1.	139
6.80. Composición por trenes en punto 21, alternativa con celosía tipo 1.	139
6.81. Serie temporal tren 4 velocidad 260 km/h	140
6.82. Espectro de aceleraciones del modelo de celosía tipo 2.	141
6.83. Modo resonante en modelo con celosía tipo 2.	141
6.84. Composición por trenes en punto 21, alternativa con celosía tipo 2.	142
6.85. Serie temporal tren 3 velocidad 255 km/h, modelo de vigas de canto variable.	143
6.86. Espectro de aceleraciones de modelo de viga de canto variable.	144
6.87. Modo resonante en modelo de vigas de canto variable.	144
6.88. Composición por trenes en punto 21, alternativa con viga de canto variable.	145
6.89. Secciones del arco en alternativa sin relleno de hormigón.	146
6.90. Envolventes de aceleraciones para las dos tipologías de arco, punto 21.	148
6.91. Envolventes de aceleraciones para las dos tipologías de arco, punto 29.	148
7.1. Tasa de amortiguamiento vs aceleración máxima para arco relleno de acero y arco mixto.	150
7.2. Valoración económica vs aceleraciones máximas para cada una de las alterna- tivas.	151
7.3. Valoración económica vs sensibilidad de la aceleración frente a la tasa de amortiguamiento.	152
A.1. División en impulsos diferenciales.	158

A.2. Carga periódica	159
A.3. Carga genérica.	160
A.4. Desarrollo en serie de Fourier aplicado a una carga no periódica.	160
A.5. Aceleración, Velocidad y Desplazamiento método de Newmark.	164

CAPÍTULO 1

Introducción, objetivos y metodología.

1.1. Introducción.

1.1.1. *Motivación y problemática existente.*

El ferrocarril de alta velocidad es desde 1981, con la construcción de la primera línea de la TGV francesa, un campo de la ingeniería europea de un altísimo interés teniendo su eco en España, el 21 de abril de 1992, con la salida del primer AVE con origen en la madrileña estación de Atocha y con destino a Sevilla. Desde entonces, España cuenta con más de 2.600km de líneas de alta velocidad en servicio. Desde su inicio, el ferrocarril supuso una enorme revolución social, cambiando por completo el concepto del transporte, y más aún con la aparición de la alta velocidad, posicionándose como herramienta básica en la consecución de un transporte y urbanización sostenible. La alta velocidad supone un cambio en el concepto de largo recorrido, reduciendo de forma notable el tiempo de transporte para viajeros y mercancías con el consecuente beneficio social que supone. Desde el punto de vista del planeamiento, el ferrocarril, y más concretamente, la alta velocidad, se ha convertido en el protagonista indiscutible dentro del sector del transporte, aglutinando una gran parte de recursos humanos y económicos destinados a éste.

Esta apuesta por el ferrocarril queda patente en los últimos planes de infraestructuras, entre los que destacan el Plan de Infraestructuras 2000-2007 y el Plan Estratégico de infraestructuras del sector Transporte 2005-2010. El primero destaca por ser el primer plan en que se apuesta por una mayor inversión sobre el ferrocarril frente a la carretera con la ejecución de importantes obras como los 560km hasta Lérida, de la línea Madrid-Barcelona-frontera francesa y otras obras importantes como las líneas Córdoba-Málaga o Madrid-Valladolid. En cuanto al PEIT, aprobado en diciembre del 2004 por el Ministerio de Fomento, marca los rasgos generales de la política de infraestructuras y transporte para el período 2005-2020. Período de 15 años para el que se prevé una inversión global de 241.392 millones de euros, de los que el 42,84%(103.410 millones) irá destinado al ferrocarril.

Por otra parte, con la aprobación de la Instrucción española de acciones a considerar en puentes de ferrocarril IAPF-07, aparecen restricciones dinámicas muy fuertes al alabeo, flechas, giros y aceleraciones verticales máximas en el tablero inferiores a 0,35g en puentes de vía con balasto. Estos condicionantes son aún más limitantes, si cabe, en las soluciones

estructurales en acero y soluciones mixtas, soluciones de reconocidas ventajas y que se están imponiendo cada vez más en la ingeniería de puentes.

A finales de 2007 se abrió al tráfico ferroviario el viaducto de Arroyo de las Piedras, primer viaducto mixto en las L.A.V españolas. Actualmente, aunque la soluciones de hormigón siguen siendo claramente predominantes en nuestro país, se están proyectando y construyendo varios viaductos mixtos que permiten resolver, técnica y económicamente, condiciones ciertamente singulares para los que las alternativas de hormigón resultan inadecuadas. En Francia, las líneas de TGV Est, que une París con Estrasburgo, se ha optado por soluciones mixtas en el 100 % de los viaductos de luces medias y altas.

No obstante, a pesar de complicarse las exigencias sobre este tipo de estructuras, el cálculo del problema dinámico parece estar estancado en métodos de integración numérica "Step by Step" de los años 60, siendo el método de Newmark-Beta uno de los más extendidos a nivel mundial, de reconocidas deficiencias en términos de precisión puesto que supone una formulación de tipo incremental a través de una discretización temporal. En cambio, como se verá, el método de cálculo semianalítico de respuesta al problema de paso de cargas móviles desarrollado por A.Martínez-Castro, P.Museros y A.Castillo-Linares, (Universidad de Granada), permite realizar los barridos de carga impuestos en la instrucción de una manera precisa al no discretizar el dominio del tiempo. De ahí la motivación del presente documento, en donde a través de la aplicación de dicho método semianalítico se tratará de dar un enfoque práctico al cálculo dinámico para una tipología concreta de tipo arco-atirantado (*bowstring*), de especial interés en este campo, desde un punto de vista ingenieril, en cuando permite cantos mínimos para altas exigencias de gálibo inferior y puesto que, dada su gran esbeltez y bajo amortiguamiento, el problema dinámico será especialmente limitante en su diseño. Por otra parte, el estudio desarrollado pretende completar así el conocimiento respecto a dicha tipología de puentes puesto que no existen demasiados estudios en profundidad al respecto en términos de respuesta dinámica al paso de las cargas impuestas por la Instrucción, así como el planteamiento de diseños alternativos a éste.

1.1.2. Particularidades de la tipología de puentes arco-atirantado.

Campo de aplicación y realizaciones existentes.

Los puentes arco con tablero inferior presentan dos particularidades que los han mantenido entre las soluciones habituales a lo largo del tiempo a pesar del nacimiento del pretensado en los años 50. La primera particularidad es su comportamiento resistente, ya que es una estructura que no transmite cargas horizontales a la cimentación de modo que es aplicable en las peores condiciones de cimentación. La segunda particularidad la constituye su expresión formal. Por una parte se manifiesta en que constituye una estructura en la cual el

canto del dintel bajo la capa de rodadura puede ser mínimo, lo que la convierte en una tipología de altísimo interés para los casos en que las luces a salvar son grandes, pero el gálibo bajo el puente es muy limitante. Por otra parte se refiere a su expresión formal exterior y las posibilidades estéticas que ofrece puesto que, al ser un puente que es visto tanto por el que lo utiliza como el que pasa bajo él, se presta a múltiples variaciones formales expresivas.

En cuanto a las realizaciones llevadas a cabo según esta tipología estructural en el campo de la alta velocidad, a nivel nacional, son aún escasas. No obstante, entre ellas podemos destacar el viaducto de Abroñigal que salva la playa de vías de la zona de la salida de la estación de Atocha de Madrid. Este puente presenta un vano arco-atirantado de 91m de luz, 13m de flecha y unido al tablero mediante un sistema péndolas en V tipo Nielsen. En segundo lugar también podremos destacar el puente arco de Santa Ana sobre la línea de alta velocidad Córdoba-Málaga. Este puente de cinco vanos presenta un vano central arco-atirantado de 86.40m de luz, 17m de flecha y se une al tablero mediante una celosía tubular en V tipo Nielsen. En puentes carreteros encontramos algunos otros ejemplos, según esta tipología estructural, como es el caso del puente de la Vicaria. Este puente salva el río Segura en su encuentro con el embalse de la Fuensanta en la provincia de Albacete. La estructura se compone por un vano de 168m de luz con tablero intermedio y dos vanos de acceso por estribo. Los 120m de tablero del vano central, en que se encuentra por debajo de sendos arcos mixtos, se unen a los arcos mediante péndolas cuasi-verticales.

Comportamiento estructural general.

El comportamiento resistente de esta tipología de puentes se basa en su antifunicularidad geométrica frente a las cargas verticales uniformes a lo largo de la totalidad del tablero. Para estos estados de carga, el arco queda sometido exclusivamente a compresión, con ausencia completa de flexiones en el mismo. Cuando además el puente es de tablero inferior, éste actúa como tirante a tracción, uniendo los puntos de apoyo del arco y permitiendo de este modo que sólo se transmitan cargas verticales a la cimentación. De ahí que esta tipología sea aplicable hasta en las peores circunstancias de cimentación. Este comportamiento es independiente de la configuración escogida para las péndolas, verticales o inclinadas. Sin embargo, cuando las cargas verticales no se disponen uniformes a lo largo de todo el tablero, como en el caso de las cargas vivas, las flexiones generadas ya no son resistidas únicamente por el arco en compresión y el tablero en tracción, sino que aparecen flexiones en ambos elementos. El arco deja de ser el antifuncular de la carga, y el traslado de la carga desde el tablero a los apoyos se realiza por distintos mecanismos resistentes, en función de la vinculación arco-tablero y de sus rigideces relativas a flexión.

Cuando las péndolas son verticales parte del cortante generado por la carga vertical situada en posición no antifunicular viaja hasta los apoyos como compresión del arco, mientras que otra parte la hace como cortante de arco o tablero, repartiéndose entre ambos elementos en función de sus rigideces respectivas a flexión, y generando momentos flectores en ambos elementos. Cuando existen péndolas inclinadas, como el caso que se propondrá inicialmente en el presente proyecto, el traslado de la carga a los apoyos se mejora gracias a la componente inclinada de la fuerza que ejercen las péndolas. El conjunto arco-péndolas-tablero pasa a funcionar como una viga, cuya alma está formada por las péndolas, y las leyes de momentos flectores en arco y tablero disminuyen notablemente respecto las que se generan en el caso de los puentes con péndolas verticales.

1.2. Objetivos.

Los objetivos del presente proyecto se resumen en los siguientes puntos:

1. Desarrollo de una metodología que permita el análisis dinámico de puentes arco-atirantado mixtos para el ferrocarril de alta velocidad. Para ello, se propondrá una solución semianalítica al problema de paso de cargas móviles sin interacción vehículo-estructura, basado en análisis modal.
2. Analizar el contenido en frecuencias de las series temporales que producen aceleraciones verticales máximas en tableros con balasto. Identificar la influencia de los efectos tridimensionales (flexión transversal del tablero) frente a los bidimensionales (modos de flexión globales).
3. Analizar los factores que influyen en la respuesta en aceleración vertical máxima, centrándose en: amortiguamiento, efecto P-Delta, canto de la losa de hormigón, tipo de péndolas/celosía. En base a estos factores, se analizará qué variantes en el diseño permiten aminorar las aceleraciones máximas.
4. Valorar la influencia del arco mixto (arco metálico relleno de hormigón) en la respuesta en aceleraciones.
5. Desarrollo de indicadores económicos que permitan valorar el coste unitario de cada alternativa de diseño.

1.3. Metodología.

La metodología a seguir será la siguiente:

1. Revisión del estado del arte en lo relativo a soluciones para el paso de carga móvil en puentes arco-atirantado.

2. Selección de una estructura base que, tras someterse a un profundo análisis a efectos dinámicos, se establezcan en torno a ella las variantes y el análisis sensitivo. Para ello se predimensionará una estructura con un vano de 80m en configuración arco-atirantado y vanos de acompañamiento que permitan tener reacciones verticales con apoyos en estribos trabajando a compresión, definiéndose por lo tanto una estructura de 5 vanos.
3. Desarrollo de modelos de viga de Timoschenko 2D y vigas y losa en 3D con dos objetivos: en primer lugar, la validación de los modelos, y en segundo, la valoración de los efectos 3D en la respuesta dinámica.
4. Análisis modal de las alternativas mediante el software SAP2000, análisis que servirá de base espacial para la posterior solución semianalítica.
5. Desarrollo de un entorno de cálculo intensivo, en Linux, para el análisis dinámico mediante el método semianalítico. Se calibrará dicha metodología con los métodos clásicos paso a paso mediante el software SAP2000.
6. Diseño de un banco de pruebas numérico que permita analizar un conjunto de diseños y su respuesta en aceleración máxima, acorde con los requisitos establecidos en la normativa vigente.

CAPÍTULO 2

Revisión del estado del arte

2.1. Tratamiento normativo del problema dinámico.

2.1.1. Introducción.

En base a la normativa española de acciones a considerar en puentes de ferrocarril, IAPF-2007, [1], el presente apartado se centra en la definición de los métodos actuales con los que se aborda el problema dinámico en los puentes de ferrocarril:

Cualquiera que sea el método de evaluación de los efectos dinámicos, al final se obtendrá el coeficiente de impacto Φ que servirá para mayorar la sollicitaciones correspondientes al cálculo estático.

$$\Phi = \frac{\max S_{din,real}}{S_{est,tipo}} \quad (2.1)$$

Donde:

- $\max S_{din,real}$: Sollicitación dinámica máxima debida a todos los posibles trenes reales y velocidades de circulación.
- $S_{est,tipo}$: Sollicitación estática debida al tren UIC71, definido en el apartado 2.3.1.1 de [1], situado en la posición más desfavorable.

Para la evaluación del coeficiente de impacto se distinguirán los siguientes casos:

1. Trenes circulando a velocidad $v \leq 220km/h$:

- Si la tipología de puente es convencional y cumple con la limitación de frecuencia definida en B.4 de [1], se aplicará el método simplificado basado en el coeficiente de impacto envolvente.
 - En caso que se incumpla alguna de las condiciones anteriores, se aplicará el método del coeficiente de impacto para los trenes reales.
2. Trenes circulando a velocidad $v > 220\text{km/h}$: Se deberá realizar un cálculo dinámico, según el método general de integración directa en el tiempo con cargas móviles. En el caso de puentes isostáticos podrá emplearse el procedimiento de la impronta dinámica.

Con ello, podremos definir el siguiente cuadro resumen:

Método	Velocidad	Aplicación
Coeficiente de impacto envolvente	$\leq 220\text{ km/h}$	Puentes isostáticos y tipologías convencionales con frecuencia fundamental limitada.
Coeficiente de impacto real	$\geq 220\text{ km/h}$	Cálculo más preciso en el que se obtienen los coeficientes de impacto de los trenes reales de la UIC.
Cálculo estático con coeficiente de impacto envolvente extendido a otras estructuras no resonantes	Sin límite	Puentes isostáticos aunque restringido a unas determinadas masas y cociente de velocidades y frecuencias en función de la luz.
Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles	Sin límite	Aplicable a todo tipo de puentes mediante la resolución numérica del sistema de ecuaciones diferenciales que definen el problema dinámico.
Métodos basados en la impronta dinámica del tren: DER,LIR,IDP	Sin límite	Puentes isostáticos en la que descomponemos la contribución del tren y de la estructura a la respuesta dinámica.
Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura	Sin límite	Aplicable a todo tipo de puentes considerando de forma conjunta la dinámica del puente y de los vehículos.

Tabla 2.1: Métodos de cálculo dinámico prescritos en la instrucción IAPF-07

2.1.2. Cálculo estático y coeficiente de impacto envolvente.

Por este método, los esfuerzos dinámicos máximos producidos por todos los trenes reales, se obtendrán multiplicando los esfuerzos estáticos correspondientes al tren UIC71 (sistema del Eurocódigo [2]), por un coeficiente de impacto envolvente (definido por las

expresiones B.5 y B.6 de la instrucción [1], basados en los trenes de [3]). El coeficiente de impacto Φ calculado por este método simplificado representa una envolvente de solicitaciones obtenida en un conjunto amplio de puentes y elementos estructurales reales, lo que limita su aplicación al ámbito que ha servido de base para su elaboración. En consecuencia sólo será aplicable si se cumplen todas las condiciones siguientes:

- Velocidades de circulación $v \leq 220 \text{ km/h}$.
- Estructura no singular (de características definidas en los cuadros B.4, B.2, B.3 y B.5 de [1]).
- Frecuencia fundamental del puente f_0 dentro de los límites determinados en B.4 de [1].

2.1.3. *Coeficiente de impacto para los trenes reales.*

Mientras que el método anterior proporcionaba un único coeficiente de impacto envolvente para todos los trenes y velocidades de circulación, por este método se obtienen los coeficientes de impacto de los trenes reales que sirvieron de base para calcular dicha envolvente, proporcionando así un mejor ajuste a la realidad. Para el cálculo de dicho coeficiente de impacto podremos optar por el uso de las expresiones analíticas definidas en B.2.2.2 de la instrucción [1], aunque solo aplicable a las geometrías recogidas en los cuadros B.2, B.5 y B.2.1.1 de la misma, o podremos obtener el coeficiente de impacto mediante aproximaciones analíticas a partir de la frecuencia fundamental f_0 o mediante cálculos directos con los trenes reales recogidos en la ficha UIC 776-1 R, [3].

2.1.4. *Cálculo dinámico mediante integración directa en el tiempo con cargas móviles.*

Este método se basa en la caracterización de los trenes como cargas móviles y la resolución del problema dinámico correspondiente. Se deberá determinar las situaciones de carga más desfavorables (envolventes), simulando el paso de los trenes más desfavorables a las distintas velocidades de paso previsibles, desde la mínima de 20 km/h , hasta $1.2 \cdot V$, siendo V la velocidad de proyecto de la vía. El incremento de velocidades entre cada paso será un máximo de 10 km/h . Para dicho cálculo se utilizará el modelo HSLM (High Speed Load Model) definido en el Eurocódigo [2], para líneas interoperables. Finalmente, el coeficiente de impacto se determinará mediante la siguiente expresión:

$$\Phi = \frac{\delta_{din,real}^{ideal}}{S_{est,tipo}} \cdot (1 + r\varphi'') \quad (2.2)$$

Siendo:

- φ'' , coeficiente que tiene en cuenta el efecto de las irregularidades de la vía, definido por la expresión B.12 de la Instrucción, [1].
- r , coeficiente definido por la expresión B.11 de la Instrucción, [1].

2.1.5. Cálculo dinámico simplificado mediante la impronta dinámica del tren.

Permite evaluar los efectos dinámicos sin realizar un cálculo dinámico con integración en el tiempo, resultando considerablemente más sencillo que la realización de un cálculo dinámico directo. La respuesta dinámica máxima se obtiene como producto de dos funciones que tienen expresión analítica, la impronta específica de cada tren y la línea de influencia dinámica del puente. Para ello existen dos métodos de cálculo, DER y LIR. Una documentación más detallada de estos se puede encontrar en los documentos del ERRI (Instituto Europeo de Investigación Ferroviaria) [4], o de forma más práctica en la referencia [5]. Este proceso tiene el inconveniente de que solo es aplicable para puentes isostáticos salvo casos especiales.

2.1.6. Cálculo dinámico mediante la integración directa en el tiempo con interacción vehículo-estructura.

La consideración de la dinámica de los vehículos en un modelo conjunto acoplado puede ser de utilidad para afinar el cálculo en alguna situación especial de proyecto, o bien como parte de un trabajo de investigación. Salvo casos excepcionales, estos modelos resultan de una complejidad excesiva para cálculos ordinarios de proyecto. La intensidad de los efectos dinámicos resonantes obtenidos con este método es generalmente menor que con cargas de valor fijo, especialmente en puentes de luces cortas, con reducciones de hasta el 45 % de los efectos dinámicos máximos.

2.2. Solución al problema de cargas móviles

2.2.1. Trabajos y publicaciones sobre soluciones al problema de cargas móviles en puentes.

En el campo de la ingeniería, el problema dinámico del paso de cargas móviles goza de un alto interés en el campo del diseño de puentes de ferrocarril y puentes carreteros. Dicho problema, consiste en la idealización del vehículo como un conjunto de cargas concentradas que se desplazan sobre una línea de carga con velocidad constante.

En los métodos aconsejados por cualquier normativa se trata el problema dinámico a través de soluciones aproximadas pudiéndose obtener únicamente soluciones exactas para algunos casos concretos, como en los trabajos de Bleich [6] y Kryloff [7] para estructuras isostáticas (véanse también los trabajos mostrados en los libros de Fryba [8], Biggs [9] o Yang

et al[10]), para cargas exponenciales muy concretas como los trabajos de Chen y Li[11] o para vigas de canto escalonado como en el trabajo de Hayashikawa y Watanabe [12].

Para un carga general sobre una estructura genérica, la técnica acude a métodos de integración paso a paso, “Step-by-Step”, (véanse en el libro de Clogh y Penzien [13]), y en particular, como método más difundido, el método de integración Newmark-Beta [14]. En cuanto a la modelización en el dominio del espacio mediante elementos finitos destacamos, entre otros, los trabajos de Calçada *et al* [15], Kim *et al.* [16], Kwark *et al.* [17] y Karoumi [18] en su aplicación a puentes colgantes y atirantados.

Finalmente, de entre los numerosos estudios dinámicos considerando interacción-vehículo estructura, el artículo de Majka y Hartnett[19] presenta un estudio en el que del mismo modo, se aborda la interacción vehículo-estructura sobre puentes de alta velocidad mediante integración directa Newmark-Beta combinado con un método iterativo Newton-Raphson y solución en el dominio del espacio mediante elementos finitos, (véanse también las referencias [20] y [21]).

En el caso de su aplicación a la tipología de puentes arco arco-atirantado se encuentran diversas referencias como el informe Técnico de Riquelme y Gabaldón [22], en el que se estudia el barrido de trenes universales (según la instrucción IAPF-03) mediante integración directa en el tiempo, o el trabajo de Kong *et al* [23], en el que de nuevo se estudia la respuesta de un puente de tipología arco-atirantado frente a una tipología clásica arco mediante el uso de métodos de integración directa Newmark-Beta. En el trabajo de Ju y Lin [24] se realiza un estudio dinámico de tipo interacción vehículo-estructura sobre esta tipología de puentes con una discretización espacial mediante elementos finitos y de nuevo el empleo de la metodología paso a paso a través del cálculo numérico Newmark-Beta.

El problema de esta metodología de integración directa es que al fin y al cabo, se trata de una aproximación en el dominio del tiempo mediante el parámetro del paso temporal, de modo que para obtener soluciones suficientemente aproximadas dada la baja tasa de amortiguamiento impuesta por la Instrucción [1], se necesita de pasos de tiempo muy pequeños con el gasto numérico que eso conlleva.

Como solución a este problema aparecen diversas referencias como el artículo de Dugush y Eisenberger [25] en el que se propone una descripción de los modos de vibración mediante series polinómicas infinitas. De este modo, la parte espacial se resuelve de forma exacta mediante el método de la rigidez dinámica y la solución temporal es analítica correspondiendo así a una serie infinita.

Otro método es el denominado semianalítico y propuesto por Castro *et al* [26],[27], [28] y [29], en la Universidad de Granada. Esta metodología se basa en la resolución espacial mediante discretización por elementos finitos y una resolución analítica en el dominio del tiempo, por lo cual desaparecen todos los errores inherentes a la aproximación en el tiempo de los métodos paso a paso. Este método semianalítico, aunque aún en una fase incipiente,

ha sido reconocido por la comunidad científica y ha sido aplicado con gran éxito en el diseño del puente de Santa Ana, puente arco de la línea de Córdoba-Málaga [30].

2.2.2. *Planteamiento teórico general. Métodos de integración paso a paso.*

La solución al problema dinámico que se plantea en el problema del paso de cargas móviles se resuelve de forma numérica mediante dos metodologías: **métodos directos** y **métodos indirectos**. El primero consiste en la integración directa de las ecuaciones de equilibrio y el segundo resuelve el problema desacoplado para los diferentes grados de libertad a través de un análisis modal, es decir, separando las variables espacial y temporal. En cuanto a los métodos directos, entre los más ampliamente usados se encuentran los métodos de Newmark-Beta, Hughes, el método de Wilson y otros muchos más que se han ido añadiendo a la bibliografía (los principales métodos numéricos se encuentran más ampliamente desarrollados en las referencias [14],[31],[32] y [33]). En el caso de los métodos indirectos, salvo casos de carga muy excepcionales, normalmente no será posible resolver el problema desacoplado de manera analítica por lo que irremediamente el ingeniero se verá obligado a acometer una integración numérica de los tipos mencionados. No obstante, la aplicación de estos métodos suponen un comportamiento lineal del sistema que nos permita la superposición de las contribuciones modales por lo que de nuevo, con los métodos de integración Step by Step volvemos a ganar generalidad.

Por lo tanto, el problema se reduce a una integración en el dominio del tiempo. La ecuación de partida para un algoritmo de integración temporal de primer orden, o problema de Cauchy, viene dada por:

$$\dot{y}(t) = f(t, y(t)), y(y_0) = y_0; t \in [t_0, t_f] \quad (2.3)$$

No obstante, para aproximar la dinámica de una estructura general se deberá acudir a algoritmos de integración temporal de segundo orden que se puede expresar en forma compacta de la siguiente forma:

$$M \cdot \ddot{w} = F(w, \dot{w}, t) \quad (2.4)$$

Donde el vector F y la matriz M son, en general, funciones no lineales de (w, \dot{w} , t). Para poder trabajar métodos de primer orden, se puede reconvertir el sistema anterior a través del siguiente cambio:

$$y = \begin{bmatrix} w \\ \dot{w} \end{bmatrix} \rightarrow \dot{y} = \frac{\dot{w}}{M^{-1} \cdot F(w, \dot{w}, t)} = F(t, y(t)) \quad (2.5)$$

Un método numérico de integración temporal determina la solución al problema dinámico en un instante dado a partir de la información obtenida en una serie de instantes previos. De este modo, para cada instante t_n obtendremos un valor de y_n ($n=0,1,\dots,N$) a partir del conocimiento del valor de la misma en los k instantes anteriores:

$$\sum_{j=0}^k \alpha_j y_{n+j} = h \cdot \phi(y_{n+k}, y_{n+k-1}, y_{n+k-2}, \dots, y_n, t_{n+k}; h_{n+k}) \quad (2.6)$$

En la ecuación 2.6 se recogen todos los métodos de integración posibles. Métodos que, en base a diferentes criterios, podremos clasificar según los siguientes tipos:

■ Métodos de un paso y métodos multipaso.

Los métodos de un paso son aquellos que obtienen la respuesta en el instante t_n a partir de la respuesta en el instante $t_{n-1}=t_n-\Delta t_{n-1}$, es decir, $k=1$. Este tipo de métodos parten de la igualdad siguiente:

$$y(t_{n+1}) = y(t_n) + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \dot{y}(t) dt = y(t_n) + \int_{t_n}^{t_{n+1}} f(t, y(t)) dt \quad (2.7)$$

Dependiendo de la aproximación que se realice de la integral de la ecuación 2.7 así será el método de integración. Entre ellos, el más conocido es el método de Runge-Kutta clásico el cual aproxima dicha integral mediante la regla de Simpson.

En cambio, los métodos multipaso determinan el valor de la respuesta en un instante dado a partir de la información de varios pasos anteriores. Es decir, en este caso $k > 1$. Los más conocidos son los métodos de Adams, métodos que construyen el polinomio interpolador de grado $k-1$, denotado por $P_{n,k}^*$, que interpola los k valores del campo $f(t,y)$ en las aproximaciones numéricas $(t_n, y_n), \dots, (t_{n-k+1}, y_{n-k+1})$. Mediante esta metodología el algoritmo de k -pasos resulta:

$$y_{n+1} = y_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} P_{n,k}^*(t) dt \quad (2.8)$$

■ Métodos explícitos/métodos implícitos.

En primer lugar, los métodos explícitos usan la ecuación diferencial en un tiempo t_{n+1} para predecir una solución en $t_n + \Delta t_n$. La particularidad de este esquema es que la expresión 2.6 permite despejar y_{n+k} conocidos los valores anteriores, y_{n+j} , $j=0,1,\dots,k-1$. Se conoce que todos los métodos explícitos son condicionalmente estables con respecto al tamaño del incremento de tiempo, de modo que, para una estructura real, se requiera de muy pequeños incrementos de tiempo para obtener una solución estable. Como ejemplo de un esquema de integración explícito, se pueden citar los métodos de Runge-Kutta explícitos cuya formulación es la siguiente:

$$y_{n+1} = y_n + h_n \phi(t_n, y_n, h_n); n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2.9)$$

En segundo lugar, Los métodos implícitos satisfacen la ecuación diferencial en un tiempo t_n después de que la solución en $t_n - \Delta t_n$ haya sido encontrada. A diferencia de los esquemas explícitos, ahora no es posible despejar y_{n+k} de la ecuación 2.6 una vez que conocemos y_{n+j} , $j=0,1,\dots,k-1$, de modo que se deberá resolver un sistema de ecuaciones lineales en cada paso. Sin embargo, en estos algoritmos es posible usar incrementos de integración mayores al anterior, pudiendo ser condicional o incondicionalmente estables. En general, los métodos que son incondicionalmente estables la única limitación para el tamaño del incremento del tiempo es la precisión de la solución.

Como ejemplo, citar el método de Adams implícito de un paso conocido como la regla de los trapecios y es de la forma:

$$y_{n+1} - y_n = \frac{\Delta t_n}{2} (f(t_n, y_n) + f(t_{n+1}, y_{n+1})) \quad (2.10)$$

También se introduciría en esta categoría el método de Newmark-Beta, desarrollado más extensamente en el apéndice A.

- Métodos de paso fijo/métodos de paso variable.

En los métodos de paso fijo, como el caso de todos los ejemplos anteriormente mostrados, el valor del paso en la integración temporal, Δt_n , permanece constante a lo largo de todo el proceso.

En cambio, en los métodos de paso variable, como su propio nombre indica, los intervalos de tiempo pueden ser distintos en cada paso. De entre estos métodos, el de los pares encajados de métodos de Runge-Kutta se ha probado como el más eficaz.

Como se puede observar, todos los métodos analizados se basan finalmente en una integración numérica de tipo incremental en el dominio del tiempo, condición que no es sino una aproximación de dicho dominio a través del parámetro de paso de tiempo.

2.2.3. Conclusión.

Como se puede observar, todas las metodologías propuestas para la resolución del problema de cargas móviles en estructuras hiperestáticas se alejan de ser aplicables desde un punto de vista práctico en estructuras reales. La razón está en que o bien dan la solución mediante series infinitas o se basan en aproximaciones en el tiempo que inducen a excesivas simplificaciones en los modelos o costes numéricos desproporcionados. No obstante, esto no ocurre en el método Semianalítico en cuanto no se emplea una aproximación en el dominio temporal, permitiendo así, realizar los barridos de trenes impuestos por la Instrucción de una manera precisa y realista. Por ello, en el presente documento, tras contrastar dicho método Semianalítico con las metodologías clásicas de integración directa y ensayos numéricos presentados en publicaciones externas (comprobaciones desarrolladas en el siguiente capítulo), se ha optado por el empleo de esta metodología Semianalítica en todos los cálculos dinámicos llevados a cabo y cuyos resultados se muestran en los siguientes capítulos.

CAPÍTULO 3

Solución Semianalítica para el paso de carga móvil sobre la estructura

3.1. Introducción

En ingeniería de puentes de ferrocarril es de altísimo interés el estudio del paso de cargas móviles en vigas. Los primeros análisis se realizaron sobre vigas isostáticas simplemente apoyadas apareciendo soluciones analíticas como las desarrolladas en los trabajos de Kryloff y Bleich [6]. Estos tipos de soluciones se basan en métodos de separación de variables, de modo que la solución en desplazamientos queda definida sobre una suma finita de productos entre funciones espaciales y temporales. En el caso de vigas continuas el número de trabajos es muy inferior y están basados en la asunción de vigas de canto constante a tramos, métodos de la rigidez dinámica [12] o para casos particulares de carga, que en cualquier caso, adolecen de no tener aplicación en estructuras reales, mucho más complejas, bien por venir dadas en forma de series infinitas, bien por no considerar cantos variables o bien por integrar de forma aproximada la serie temporal. Resultando, en general, ineficaces soluciones para vigas en casos genéricos donde se ha de considerar el efecto de la deformación por cortante y arrastre por cortante, torsión combinada con flexión, efectos locales de flexión con secciones cajón o artesa, ortotropías...etc.

En las oficinas de proyectos, de forma generalizada y contemplada por la Instrucción de Acciones en Puentes de Ferrocarril (IAPF-2007), la resolución práctica de este tipo de problemas se ha llevado a cabo de forma clásica mediante modelos de cargas puntuales sin interacción vehículo-estructura. Dichas cargas se modelizan mediante un conjunto de fuerzas constantes viajando a la velocidad del tren. El problema planteado es lineal por lo que el método de superposición modal permite trabajar sobre las ecuaciones modales desacopladas, para posteriormente plantear la solución separando las variables espaciales y temporales. Por una parte, las formas modales y frecuencias naturales de vibración se hallan resolviendo el problema de autovalores de una configuración espacial aproximada mediante elementos finitos, y por otra, la parte espacial se integra mediante métodos paso a paso. Es, en esta segunda parte del problema, donde, como ya se comentó en el capítulo anterior, se adolece de una mayor falta de precisión, siendo el método Semianalítico la mejora definitiva al eliminar por completo el tratamiento numérico aproximado de la dimensión temporal.

El método Semianalítico, desarrollado por *A.Martínez-Castro, P.Museros y A.Castillo-Linares, (Universidad de Granada)* y publicado en la revista *Journal of Sound and Vibration* [27], basándose en el modelo de viga de Euler-Bernoulli propone una solución al problema de paso de cargas móviles sobre vigas [26] basándose en la misma superposición modal y discretización de la parte espacial, mediante elementos finitos, aunque esta metodología trabaja con soluciones analíticas exactas en la parte temporal. Este método sigue teniendo una aproximación numérica, procedente de la discretización espacial mediante el modelo de Elementos Finitos, no obstante, se eliminan importantes fuentes de error asociadas al paso de tiempo usado en los métodos de integración directa clásicos. Los autores también han presentado en congreso nuevos elementos para el cálculo de placas rectas y esviadas [34].

En lo que sigue, se desarrollará la formulación del método así como su aplicación a casos prácticos que, junto con un análisis de los métodos de aproximación paso a paso, nos permitirán comparar ambos métodos en aproximación y tiempo de cálculo. Como quedará patente, esta metodología aventaja en mucho a los métodos tradicionales de integración paso a paso, salvando los problemas de imprecisión y lentitud en el cálculo de estos últimos. En la actualidad, los métodos de integración paso a paso se emplean ampliamente en proyectos de puentes, no obstante, ante la complejidad de cálculo numérico que supone su aplicación a las exigencias y bajas tasas de amortiguamiento impuestos por la norma IAPF, deberán ser sustituidos irremediamente en un futuro próximo.

3.2. Ecuación de Gobierno para una viga.

Se considera una viga de sección variable, sometida a una carga p_0 que se desplaza por el eje longitudinal de la viga, x , a velocidad constante v :

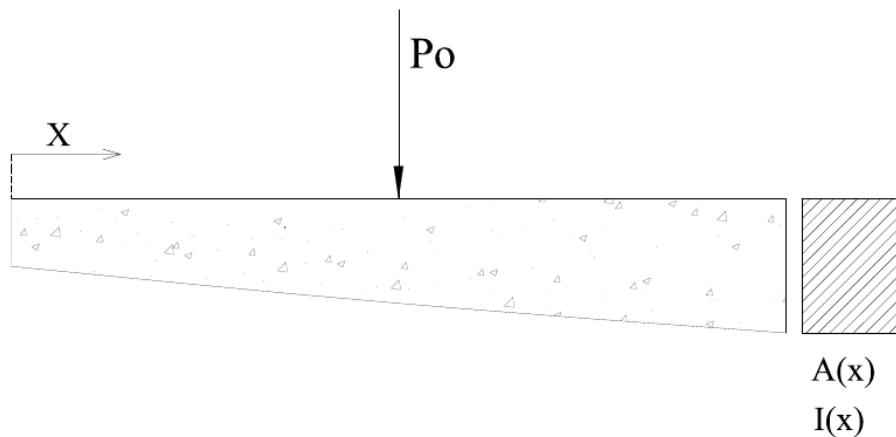


Figura 3.1: Esquema de carga móvil sobre viga de sección variable.

Planteando el equilibrio en la rebanada mediante el principio de D'Alembert, despreciando, en principio, la contribución del amortiguamiento:

- Equilibrio de fuerzas:

$$-\frac{\partial Q(x,t)}{\partial x} - p_o \cdot \delta(x-vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

Siendo δ la función Delta de Dirac, para imponer la distribución puntual de la carga aplicada con velocidad v , x la coordenada curvilínea de la línea de carga ($x \in [0,L]$) y $\rho(x)$ la densidad lineal $[\frac{M}{L}]$.

- Equilibrio de momentos:

$$\partial M(x,t) = Q(x,t) \partial x \Rightarrow \frac{\partial M(x,t)}{\partial x} = Q(x,t) \quad (3.2)$$

Si sustituimos 3.2 en 3.1:

$$-\frac{\partial(\frac{\partial M(x,t)}{\partial x})}{\partial x} - p_o \cdot \delta(x-vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial^2 M(x,t)}{\partial x^2} - p_o \cdot \delta(x-vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.4)$$

Como ecuación constitutiva nos apoyamos en la ecuación de la viga de Euler-Bernouilli en la que se adopta la relación lineal momento-curvatura:

$$\frac{\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}}{1 + (\frac{\partial u}{\partial x})^2} \approx \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} = \frac{M(x,t)}{EI(x)} \quad (3.5)$$

$$M(x,t) = EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.6)$$

Ecuación que una vez sustituida en 3.4, podremos obtener la ecuación de gobierno del problema:

$$\frac{\partial^2 EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}}{\partial x^2} - p_o \cdot \delta(x-vt) = \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad (3.7)$$

$$\rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} [EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2}] + p_o \cdot \delta(x-vt) = 0 \quad (3.8)$$

Ecuación diferencial que deberemos resolver supuestas condiciones iniciales de reposo:

$$u(s,0) = 0, \forall x \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} \Big|_{t=0} = 0, \forall x \quad (3.10)$$

3.3. Discretización espacial

Dado un elemento de la línea de carga de longitud L , figura 3.2:

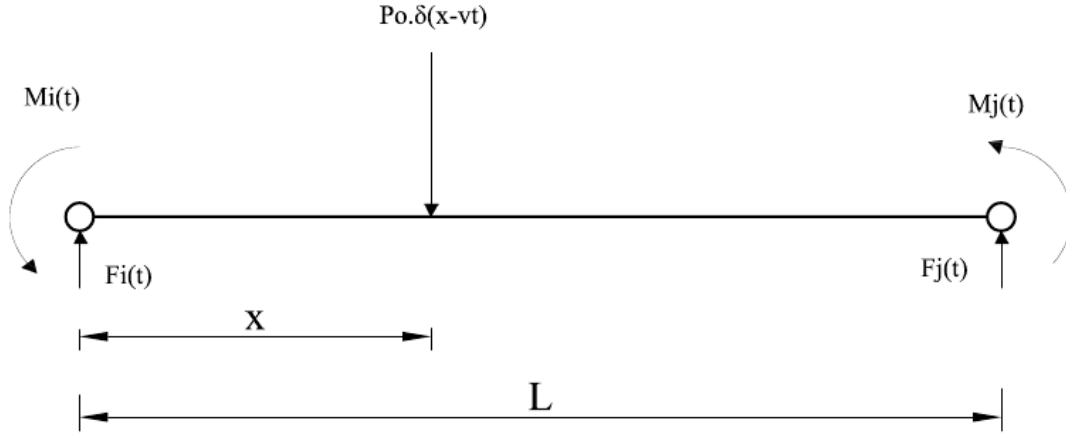


Figura 3.2: Discretización.

■ Fuerzas externas.

1. Fuerzas y momentos nodales:

Teniendo en cuenta el criterio de signos de la figura:

$$F_i^b = Q(0, t) \quad (3.11)$$

$$F_j^b = -Q(L, t) \quad (3.12)$$

$$M_i^b = -M(0, t) \quad (3.13)$$

$$M_j^b = M(L, t) \quad (3.14)$$

2. Fuerza puntual:

$$p_0 \cdot \delta(x - vt) \quad (3.15)$$

3. Fuerza de inercia:

$$\rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (3.16)$$

■ Esfuerzos.

1. Cortantes:

$$\frac{\partial Q(x, t)}{\partial x} = -p_0 \cdot \delta(x - vt) - \rho(x) \cdot \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \quad (3.17)$$

Que integrándola entre 0 y $x \in [0, L]$:

$$Q(x, t) = Q(0, t) - \int_0^x p_0 \cdot \xi(\xi - vt) d\xi - \int_0^x \rho(\xi) \cdot \frac{\partial^2 u(\xi, t)}{\partial t^2} d\xi \quad (3.18)$$

2. Flectores:

$$\frac{\partial M(x, t)}{\partial x} = Q(x, t) \cdot dx \quad (3.19)$$

$$M(x, t) = M(0, t) + \int_0^x Q(\xi, t) d\xi \quad (3.20)$$

En este punto, aplicando los conceptos de elementos finitos, pasamos a la formulación débil de la ecuación de Euler-Bernoulli de la viga multiplicando por una función de ponderación espacial, $u^*(x)$, y aplicando integración por partes: Notaremos:

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial x} = \dot{u}(x, t) \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \dot{u}(x, t) \quad (3.22)$$

Si multiplicamos 3.8 por $u^*(x)$:

$$\rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) + (u''(x, t) \cdot EI(x))'' = -p_0 \cdot \delta(x - vt) \quad (3.23)$$

$$\rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) \cdot u^*(x) + (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) = -p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) \quad (3.24)$$

Integrando en el dominio:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) \cdot u^*(x) dx + \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) dx = \\ & = - \int_0^L p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) dx \end{aligned} \quad (3.25)$$

Podremos aplicar doble integración por partes en el segundo sumando del primer término:

$$\begin{aligned}
& \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(x) dx = \\
&= u^*(x) \cdot (u''(x, t) \cdot EI(x))'|_0^L - \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))' \cdot \frac{\partial u^*(x)}{\partial x} dx = \\
&= u^*(x) \cdot (u''(x, t) \cdot EI(x))'|_0^L - (u''(x, t) \cdot EI(x)) \cdot \frac{\partial u^*(x)}{\partial x} |_0^L + \\
&+ \int_0^L u''(x, t) \cdot EI(x) \cdot \frac{\partial^2 u^*(x)}{\partial x^2} dx
\end{aligned} \tag{3.26}$$

Si nos fijamos en algunos de los sumandos de la expresión anterior podremos identificar fácilmente (*Por la relación Momento-Curvatura de Euler-Bernouilli*):

$$Q(x, t) = (u'' \cdot EI(x))' \tag{3.27}$$

$$M(x, t) = u'' \cdot EI(x) \tag{3.28}$$

Con lo cual, y teniendo en cuenta las relaciones anteriores, 3.27 y 3.28:

$$\begin{aligned}
& (u'' \cdot EI(x))' \cdot u^*(x)|_0^L = Q(L, t) \cdot u^*(x)|_0^L = \\
&= Q(L, t) \cdot u^*(L) - Q(0, t) \cdot u^*(0) = -F_j^b \cdot u^*(L) - F_i^b \cdot u^*(0)
\end{aligned} \tag{3.29}$$

$$\begin{aligned}
& u'' \cdot EI(s) \cdot \frac{\partial u^*(s)}{\partial s} |_0^L = M(s) \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} |_0^L = \\
&= -M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} |_L - M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} |_0
\end{aligned} \tag{3.30}$$

Con lo que la ecuación 3.26 resultaría:

$$\begin{aligned}
& \int_0^L (u''(s, t) \cdot EI(s))'' \cdot u^*(s) dx = \\
& \int_0^L u''(s, t) \cdot EI(s) \cdot \frac{\partial^2 u^*(s)}{\partial s^2} - F_j^b \cdot u^*(L) - F_i^b \cdot u^*(0) - M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} |_L + \\
& + M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial s} |_0
\end{aligned} \tag{3.31}$$

En cuanto al segundo miembro de la ecuación 3.25:

$$\int_0^L p_0 \cdot \delta(x - vt) \cdot u^*(x) \cdot dx = p_0 \cdot u^*(vt) \quad (3.32)$$

Teniendo en cuenta las propiedades de la función Delta de Dirac. Por lo tanto, si sustituimos las ecuaciones 3.31 y 3.32 en la ecuación 3.25 obtendremos:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho(x) \cdot \ddot{u}(x, t) \cdot u^*(x) dx + \int_0^L (u''(x, t) \cdot EI(x))'' \cdot u^*(s) dx = \\ & = +F_j^b \cdot u^*(L) + F_i^b \cdot u^*(0) + M_j^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x}|_L + M_i^b \cdot \frac{\partial u^*}{\partial x}|_0 - p_0 \cdot u^*(vt) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Expresión de la que no se ha impuesto condición alguna sobre $u^*(x)$ más que continuidad y derivabilidad. Por ello, y continuando con los conceptos básicos de elementos finitos, consideraremos una base de los polinomios de grado menos o igual a 3 de Hermite, pues discretizaremos los elementos barra por dos nodos extremos con 4 grados de libertad, dos de desplazamientos y otros dos de giro. Supondremos que $u(x, t)$, del elemento, puede representarse de forma exacta como una combinación lineal de la base de los polinomios anteriormente indicada. Por ello:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^4 y_n(t) \cdot h_n(x) \quad (3.34)$$

Siendo las expresiones de los polinomios de Hermite:

$$[U_i] \rightarrow h_1(x) = 1 - 3 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.35)$$

$$[\theta_i] \rightarrow h_2(x) = L \cdot \left[\frac{x}{L} - 2 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3\right] \quad (3.36)$$

$$[U_j] \rightarrow h_3(x) = 3 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (3.37)$$

$$[\theta_j] \rightarrow h_4(x) = L \cdot \left[-\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3\right] \quad (3.38)$$

Si desarrollamos la ecuación 3.34 usando las relaciones anteriores:

$$u(x, t) = y_i \cdot h_1(x) + \theta_i \cdot h_2(x) + y_j \cdot h_3(x) + \theta_j \cdot h_4(x) \quad (3.39)$$

De modo que podremos obtener la velocidad y la aceleración:

$$u(\dot{x}, t) = \dot{y}_i \cdot h_1(x) + \dot{\theta}_i \cdot h_2(x) + \dot{y}_j \cdot h_3(x) + \dot{\theta}_j \cdot h_4(x) \quad (3.40)$$

$$u(\ddot{x}, t) = \sum_{n=1}^4 \ddot{y}_n(t) \cdot h_n(x) \quad (3.41)$$

$$u(\ddot{x}, t) = \ddot{y}_i \cdot h_1(x) + \ddot{\theta}_i \cdot h_2(x) + \ddot{y}_j \cdot h_3(x) + \ddot{\theta}_j \cdot h_4(x) \quad (3.42)$$

$$u(\ddot{x}, t) = \sum_{n=1}^4 y_n(t) \cdot h_n(x) \quad (3.43)$$

Si además tomamos como funciones de ponderación $u^*(x)$ las propias funciones de Hermite:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \rho(x) \cdot \sum_{n=1}^4 [y_n(t) \cdot h_n(x)] \cdot h_m(x) dx + \int_0^L \sum_{n=1}^4 [y_n(t) \cdot \frac{\partial^2 h_n(x)}{\partial x^2}] \cdot EI(x) h_m(x) dx = \\ & = +F_j^b \cdot h_m(L) + F_i^b \cdot h_m(0) + M_j^b \cdot \frac{\partial h_m(x)}{\partial x} \Big|_L + M_i^b \cdot \frac{\partial h_m(x)}{\partial x} \Big|_0 - p_0 \cdot h_m(vt) \end{aligned} \quad (3.44)$$

Con lo cual podremos escribir matricialmente:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_i(vt) \\ \ddot{\theta}_i(vt) \\ \ddot{y}_j(vt) \\ \ddot{\theta}_j(vt) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_i(vt) \\ \theta_i(vt) \\ y_j(vt) \\ \theta_j(vt) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_i^b(vt) \\ M_i^b(vt) \\ F_j^b(vt) \\ M_j^b(vt) \end{bmatrix} - p_0 \begin{bmatrix} h_1(vt) \\ h_2(vt) \\ h_3(vt) \\ h_4(vt) \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Siendo:

$$M_{ij} = \int_0^L \rho(x) \cdot h_i(x) \cdot h_j(x) dx \quad (3.46)$$

$$K_{ij} = \int_0^L h_i''(x) \cdot EI(x) \cdot h_j''(x) dx \quad (3.47)$$

Matrices que si observamos los subíndices, son matrices simétricas. Si acoplamos estas matrices elementales es posible obtener una formulación global, para la estructura completa:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} = -p_0\mathbf{h}(vt) \quad (3.48)$$

3.4. Resolución

Tratamos con matrices simétricas por lo que la forma más sencilla de resolución es intentando desacoplar el sistema, para ello realizaremos un cambio de base, mediante la matriz C , matriz de cambio de base (obtenida del problema de autovalores), del sistema B (que coincidirá con la base de vectores propios) a la base canónica E :

$$(-w^2\mathbf{M} + \mathbf{K})\mathbf{y}(t) = 0 \Rightarrow |\mathbf{K} - w^2\mathbf{M}| = 0 \quad (3.49)$$

Problema de autovalores que nos proporcionará los vectores propios, o modos de vibración, que compondrán por columnas la matriz C . De este modo, a través de dicha matriz C , relacionaremos las nuevas coordenadas del vector y y mediante las relaciones siguientes:

$$y=Cq \quad (3.50)$$

$$q=C^{-1}y \quad (3.51)$$

De modo que si realizamos dicho cambio de base y premultiplicamos por la transpuesta de C , obtendremos matrices diagonales para M y K , desacoplando el sistema:

$$C^T M C \ddot{q} + C^T K C q = -p_0 C^T h(vt) \quad (3.52)$$

De modo que las matrices de masa y rigidez resultan diagonales:

$$M_D = C^T M C \quad (3.53)$$

$$K_D = C^T K C \quad (3.54)$$

De modo que si premultiplicamos por M_D^{-1} podremos reescribir:

$$M_D^{-1} \cdot M_D \ddot{q} + M_D^{-1} \cdot K_D \cdot q = -p_0 \cdot M_D^{-1} \cdot C^T h(vt) \quad (3.55)$$

$$\ddot{q} + D \cdot q = G \cdot h(vt) \quad (3.56)$$

Siendo D una matriz diagonal tal que $D_{ii} = w_i^2$, y la matriz G :

$$G = -p_0 \cdot M_D^{-1} \cdot C^T \quad (3.57)$$

(*) Nótese que si se normaliza con la matriz de masa, $M_D=I$, y $G=-p_0 \cdot C^T$

De este modo hemos conseguido desacoplar el sistema, siendo resoluble para cada función $q_i(t)$ independientemente, de modo que podremos expresar:

$$\ddot{q}_n(t) + w_n^2 \cdot q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm} h_m(vt) \quad (3.58)$$

En este punto podremos incluir los efectos del amortiguamiento:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 \cdot q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm} h_m(vt) \quad (3.59)$$

En la que ζ representa el factor de amortiguamiento, en el que podremos introducir un valor distinto para cada modo (más ajustado a la realidad pues es evidente pensar que se amortiguarán mejor los modos altos a los bajos), aunque en la práctica se suele optar con un amortiguamiento constante para cada modo por lo que en el presente documento se procederá de igual manera.

Por lo tanto, el problema a resolver viene dado por:

$$\ddot{q}_n(t) + 2\zeta w_n \dot{q}_n(t) + w_n^2 \cdot q_n(t) = \sum_{m=1}^4 G_{nm} h_m(vt) \quad (3.60)$$

$$q_i(t)|_{t=0} = q_i(0) \quad (3.61)$$

$$\dot{q}_i(t)|_{t=0} = \dot{q}_i(0) \quad (3.62)$$

Se considera una escala de referencia local para cada elemento, en el que el instante $t=0$ coincide con el instante en que la carga entra en el elemento, coincidente con el punto de abscisa 0. De este modo se evitan exponenciales con términos fuera de rango (se puede entender fácilmente si visualizamos la ecuación de simple de un sistema de un grado de libertad amortiguado, en el que disponemos de una exponencial decreciente con el tiempo).

Si observamos la ecuación 3.60, vemos que se trata de una ecuación diferencial lineal no homogénea por lo que descompondremos la solución en la suma de una solución particular más la solución homogénea:

$$q(t) = q_H(t) + q_P(t) \quad (3.63)$$

■ Solución homogénea:

$$q_H(t) = e^{-\zeta w_i t} (C_1 \cos(w_{iD} t) + C_2 \sin(w_{iD} t)) \quad (3.64)$$

$$w_{iD} = w_i \sqrt{1 - \zeta^2} \quad (3.65)$$

■ Solución particular:

Si descomponemos el término no homogéneo:

$$p_0(G_1 h_1(vt) + G_2 h_2(vt) + G_3 h_3(vt) + G_4 h_4(vt)) \quad (3.66)$$

Que no es más que un polinomio de tercer grado por lo que la ecuación particular será de la forma:

$$q_P(t) = \alpha_0 + \alpha_1 vt + \alpha_2 (vt)^2 + \alpha_3 (vt)^3 \quad (3.67)$$

Ecuación cuyos coeficientes se obtienen sustituyendo sencillamente en la ecuación 3.60 y comparar coeficientes de mismo grado, de modo que obtenemos:

$$\alpha_0 = v^3 \alpha_{01} + v^2 \alpha_{02} + v \alpha_{03} + \alpha_{04} \quad (3.68)$$

$$\alpha_1 = v^2 \alpha_{11} + v \alpha_{12} + \alpha_{13} \quad (3.69)$$

$$\alpha_2 = v \alpha_{21} + \alpha_{22} \quad (3.70)$$

$$\alpha_3 = \alpha_{31} \quad (3.71)$$

En que los diez coeficientes que aparecen obedecen a las siguientes expresiones:

$$[1] \mapsto \alpha_{01} = -\frac{24\zeta(2\zeta^2 - 1)(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^5} \quad (3.72)$$

$$[2] \mapsto \alpha_{02} = -\frac{2(4\zeta^2 - 1)(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L)}{L^2 w_i^4} \quad (3.73)$$

$$[3] \mapsto \alpha_{03} = -\frac{2G_2 \zeta}{w_i^3} \quad (3.74)$$

$$[4] \mapsto \alpha_{04} = \frac{G_1}{w_i^2} \quad (3.75)$$

$$[5] \mapsto \alpha_{11} = \frac{6(4\zeta^2 - 1)(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^4} \quad (3.76)$$

$$[6] \mapsto \alpha_{12} = \frac{4\zeta(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L)}{L^2 w_i^3} \quad (3.77)$$

$$[7] \mapsto \alpha_{13} = \frac{G_2}{w_i^2} \quad (3.78)$$

$$[8] \mapsto \alpha_{21} = -\frac{6\zeta(2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L)}{L^3 w_i^3} \quad (3.79)$$

$$[9] \mapsto \alpha_{22} = -\frac{4\zeta(3G_1 - 3G_3 + (2G_2 + G_4)L)}{L^2 w_i^2} \quad (3.80)$$

$$[10] \mapsto \alpha_{31} = \frac{2G_1 - 2G_3 + (G_2 + G_4)L}{L^3 w_i^2} \quad (3.81)$$

Vemos que estos diez elementos dependen del amortiguamiento, de la longitud del elemento, de las frecuencias naturales y de los coeficientes G_i que a su vez depende de los modos de vibración, sin depender en ningún momento de la velocidad de paso de la carga por o que se podrían determinar en un principio estos diez parámetros para la malla completa.

En último lugar nos restaría determinar los parámetros C_1 y C_2 de la solución homogénea a partir de la imposición de las condiciones iniciales:

$$q(0) = \alpha_0 + C_1 \quad (3.82)$$

$$C_1 = q(0) - \alpha_0 \quad (3.83)$$

$$\dot{q}(0) = -\zeta w_i C_1 + w_{iD} C_2 + \alpha_1 v \quad (3.84)$$

$$C_2 = \frac{\dot{q}(0) + \zeta w_i C_1 - \alpha_1 v}{w_{iD}} \quad (3.85)$$

3.5. Generalización del método.

Se observa en la solución obtenida, 3.67 y 3.64, que todos los parámetros de los que depende, C_i, w_i, G_i , se obtienen del análisis modal, estando la parte temporal definida de forma analítica. En ningún momento aparecen imposiciones de geometría, sección o inercia, estando contenida toda esta información geométrica en forma de masa e inercia a través del análisis modal. Podemos interpretar la ecuación matricial 3.45, mediante un operador diferencial L:

$$\mathcal{L}\{u(\bar{x}, t), v(\bar{x}, t), w(\bar{x}, t)\} = -p_0 \cdot \delta(s - vt) \quad (3.86)$$

Con s coordenada curvilínea de una línea de carga C^1 . Resolvemos mediante separación de variables, espacial y temporal, a través del análisis modal que, gracias a la diganalización de las matrices de rigidez y masa, desacopla todo el sistema.

$$\mathbf{C}^T \mathbf{M} \mathbf{C} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}^T \mathbf{K} \mathbf{C} \mathbf{q} = -p_0 \cdot \mathbf{C}^T \cdot h(vt) \quad (3.87)$$

Por lo tanto, el método semianalítico se encarga de realizar la integración temporal de la información modal, información que le es proporcionada externamente, como en los casos que se analizan en este documento, mediante el software SAP2000, o cualquier otro software de análisis modal al uso. Por ello, parece razonable pensar que esta metodología para vigas es generalizable a líneas de carga genéricas, con la única imposición de derivabilidad, C^1 , de la línea de carga, de modo que la discretización espacial mediante los polinomios de Hermite permita una transición suave en su definición evitando la existencia de discontinuidades que introduzcan picos de aceleración ficticios. En la publicación [34], en la que los autores desarrollan la aplicación del método a placas de Kirchhoff esviadas, se observa de nuevo la generalidad del método en cuanto no se exige más que la derivabilidad de la línea de carga, tratando el dominio espacial mediante análisis modal de forma independiente.

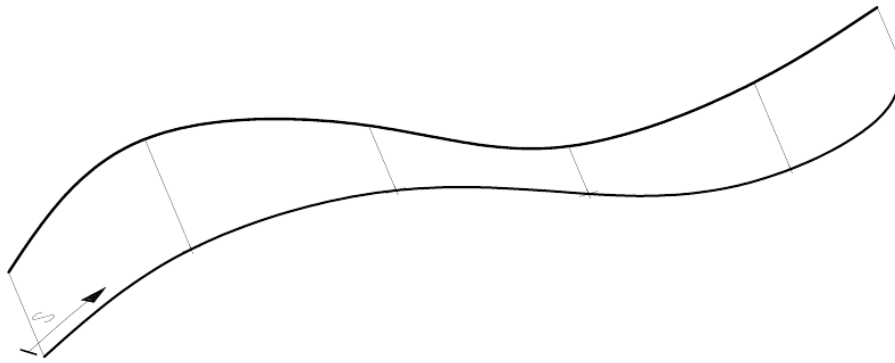


Figura 3.3: Esquema de línea de carga C1.

Por lo tanto, el esquema de cálculo consiste, en primer lugar, en la determinación de los diez parámetros α_n , así como las matrices C y G mediante cualquier *software* de elementos finitos y análisis modal, información que recibe el algoritmo semianalítico para, posteriormente, realizar la integración temporal de la solución, quedando así determinada por completo la misma en términos de desplazamientos y giros (*solución analítica, no aproximada*) de los puntos de postproceso (puntos donde estudiamos aceleraciones y desplazamientos, figura 3.4) que previamente introduzcamos, de una manera sencilla gracias a la diagonalización de las matrices de masa y rigidez con el consecuente desacoplamiento del sistema.

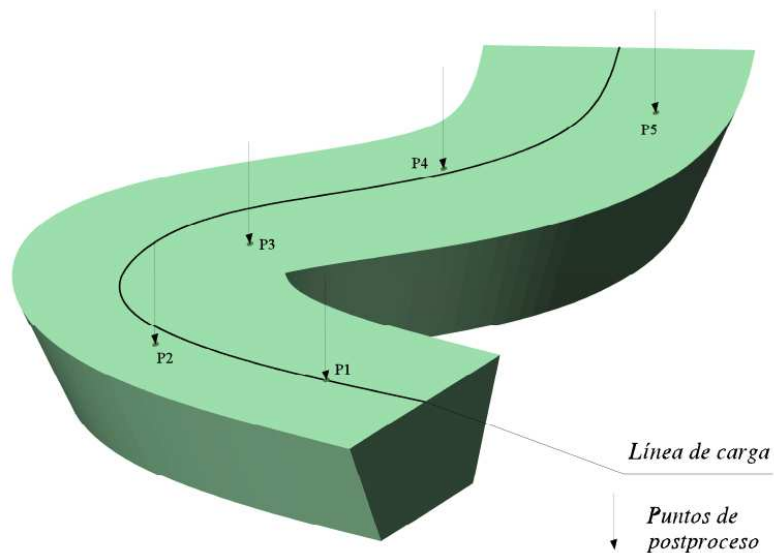


Figura 3.4: Esquema de línea de carga y puntos de postproceso en estructura.

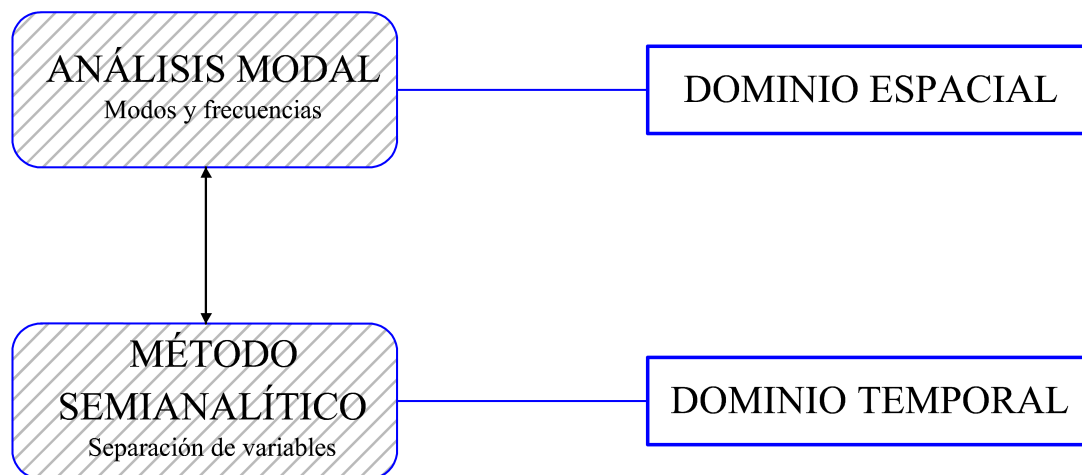


Figura 3.5: Esquema de cálculo del Método Semianalítico Generalizado.

3.6. Ventajas del método semianalítico

Las ventajas de este método se desligan principalmente de la naturaleza analítica de la solución, la cual siempre será mejor que cualquier aproximación. De modo que podremos enumerar:

1. El método proporciona resultados precisos pues las ecuaciones temporales se resuelven de forma analítica, por lo que evitaremos los errores clásicos en el dominio del tiempo por la discretización del mismo por parte de los métodos de integración *paso a paso*. La solución se obtiene a partir de 10 coeficientes por elemento y modo que no dependen de la velocidad, lo cual facilita enormemente la aplicación de la actual norma IAPF que impone la obtención de resultados para un amplio rango de velocidades.
2. A bajas velocidades se converge a la solución estática, evitando el fenómeno de Gibbs típicamente asociado a las soluciones analíticas basadas en series armónicas.
3. Gracias a la normalización temporal evitamos problemas de exponenciales con argumentos elevados con los errores de sesgo que estos conllevan.
4. Se requiere de un paso de tiempo de evaluación, frente a un paso de tiempo de integración asociado a métodos paso a paso, en general mucho menos que el requerido para el muestreo analítico de la solución. Por ello, se gana en velocidad de cálculo, ya que para tener una precisión similar al método semianalítico, los métodos paso a paso requieren más operaciones de punto flotante globales (debido a que el paso de tiempo es menor). La respuesta proporcionada en un tiempo dado por la solución semianalítica no depende del paso del tiempo; en métodos aproximados paso a paso sí depende.

5. Esta ventaja en ahorro de tiempo de cálculo convierte al método semianalítico en una herramienta práctica y realista de aplicación de las exigencias de la norma IAPF-2007, en el que para un análisis ordinario, exige las siguientes valoraciones:

- a) Análisis para más de 10 trenes en general.
- b) Barridos de velocidad entre 20km/h y 400km/h aproximadamente, con incrementos de velocidad de 1km/h, (con el fin de analizar el rango completo de aceleraciones), por lo que se analizarán en torno a 380 velocidades de paso.
- c) Realizamos tres hipótesis de carga, para tres niveles distintos de balasto.

Por lo tanto, en general, el número de cálculos diferentes a realizar estará en torno a $10 \times 380 \times 3 = 11400$ cálculos, de ahí que esta ventaja en tiempos de cálculo resulte muy valiosa así como unas mínimas necesidades de almacenamiento de la información.

3.7. Test de validación.

3.7.1. Planteamiento.

En este apartado se pretende contrastar numéricamente, los resultados arrojados mediante el método Semianalítico frente a los métodos clásicos de integración Paso a Paso, más concretamente, el método de Newmark-Beta. Para ello se han desarrollado sendos tests de validación, un modelo bidimensional de vigas y un modelo tridimensional de placas.

3.7.2. Test de validación 1: Viga de tres vanos

Geometría

Este primer test consistirá en el estudio de la viga de geometría representada en la figura 3.6, caso analizado en publicaciones externas por Hayashikawa y Watanabe [12], Henchi *et al.* [35] y Zheng *et al.* [36]:

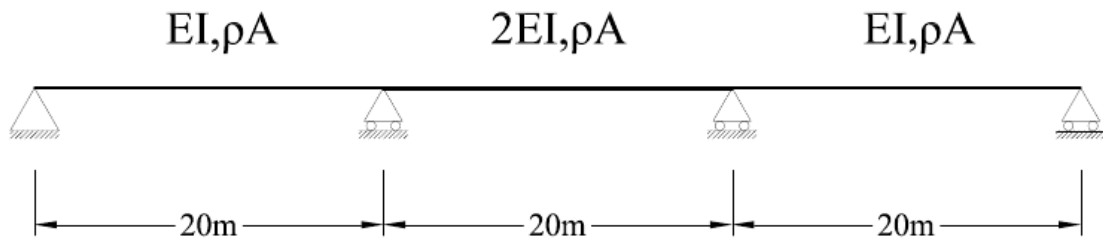


Figura 3.6: Geometría de la viga, Test1.

Como se observa en ésta, se opta por la discretización en 10 elementos por barra con un total de 31 nodos (es importante tener en consideración este dato pues el *software SAP2000*, con el que se trabajará, establece su cálculo en base a la definición de un modelo de masas concentradas).

Las propiedades mecánicas de las barras se caracterizan por una inercia y área EI , $\rho.A$ en las vigas 1 y 3 mientras que el vano central será una barra de propiedades $2EI$, ρ, A .

- $\rho.A=1000kg/m$
- $EI,=1,96GNm^2$
- $\xi=2\%$ (*amortiguamiento modal*)

La carga móvil a considerar es una carga de 9.8 kN desplazándose a una velocidad constante de 35.57 m/s.

Se desprecia el área a cortante para considerar un modelo de viga tipo Euler-Bernouilli.

Cálculo modal

Se necesitará, en primer lugar, la obtención de los resultados procedentes del cálculo modal, que en el presente documento se ha llevado a cabo mediante el *software SAP2000*. Para ello se consideran dos grados de libertad por nodo (desplazamiento y giro) y se trabaja con 12 modos de vibración:

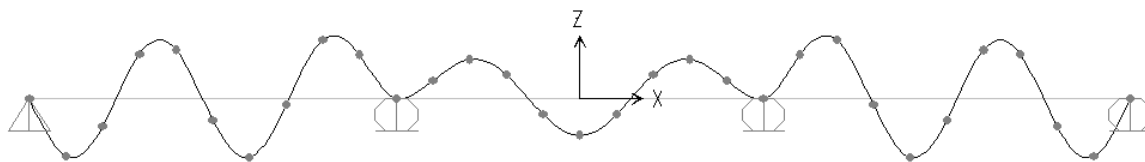


Figura 3.7: Ejemplo de modo vibración 11. Test1.

Modo de vibración	Frecuencia
1	6,2031
2	7,5797
3	11,972
4	24,199
5	26,429
6	37,273
7	53,519
8	56,574
9	76,894
10	93,825
11	98,212
12	129,95

Tabla 3.1: Frecuencias de modos de vibración test 1.

Cálculo mediante el Método de Newmark

Una vez introducida la geometría del modelo se procede inicialmente a un cálculo de la respuesta dinámica de la estructura, principalmente en términos de aceleraciones, mediante el método de integración paso a paso de Newmark (véase apéndice A). Para ello, se dará uso de nuevo del *software SAP2000* que implementa el método de Newmark de variación lineal tras un desacople modal del problema dinámico. (Metodología testada en la referencia [37]).

Como cualquier otro método de tipo incremental en el tiempo, deberemos actuar sobre dos parámetros importantes del cálculo:

1. Tiempo de discretización de la carga.
2. Tiempo de discretización del tiempo "step", que hemos hecho coincidir con el anterior.

En este caso corremos el cálculo para dos pasos de tiempo de $T_{12}/25$ y $T_{12}/150$, siendo T_{12} el período del modo 12 (para un adecuado muestreo de la señal):

$$\frac{T_{12}}{25} \cong 3E - 04s \quad (3.88)$$

$$\frac{T_{12}}{150} \cong 5E - 05s \quad (3.89)$$

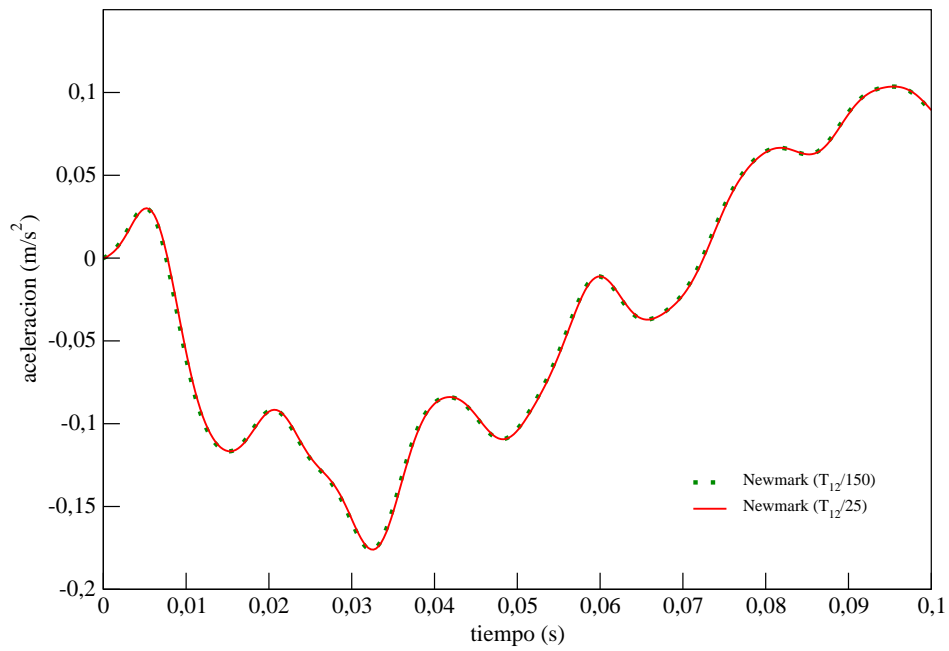


Figura 3.8: Paso de cargas mediante el método de Newmark, Test1.

Cálculo mediante el Método Semianalítico.

Se lleva a cabo ahora el paso de cargas sobre la misma estructura con paso de tiempo de $\frac{T_{12}}{10}$, y resultados expuestos en la figura 3.9.

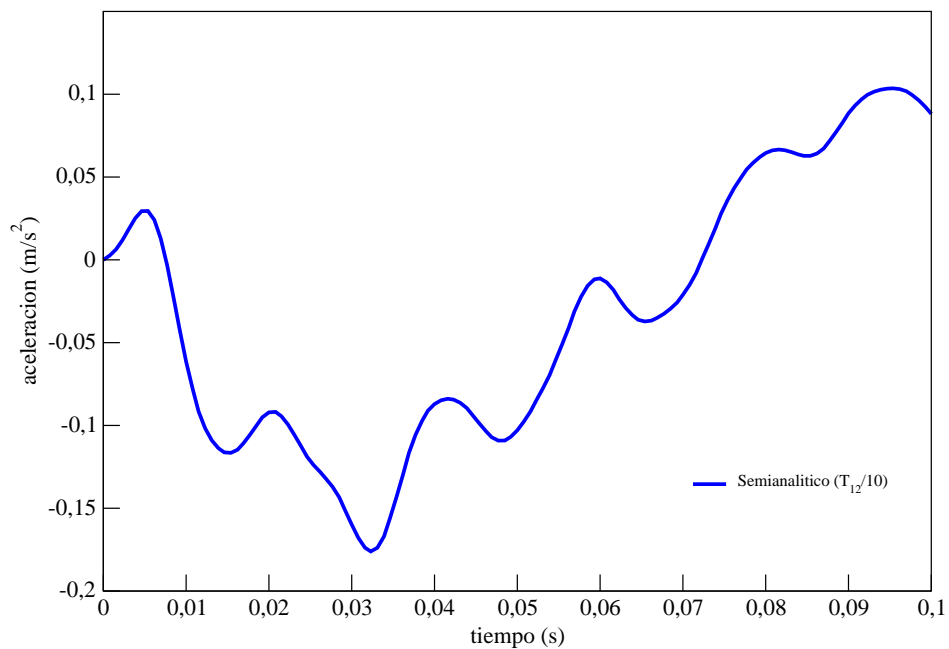


Figura 3.9: Paso de cargas mediante método Semianalítico, Test1.

Comparativa.

Compararemos cuatro series temporales:

- Método Newmark de paso $\frac{T_{12}}{10}$.
- Método Newmark de paso $\frac{T_{12}}{25}$.
- Método Newmark de paso $\frac{T_{12}}{150}$.
- Método Semianalítico de paso $\frac{T_{12}}{10}$.
- Método semianalítico sobre modelo de masas consistentes.

Comparación ilustrada en la siguiente gráfica 3.10:

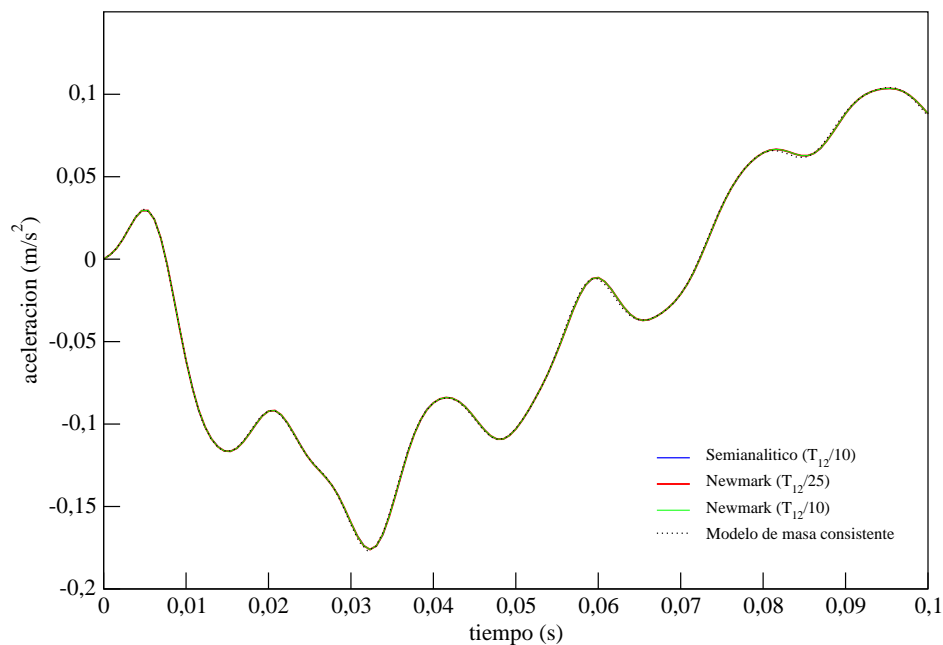


Figura 3.10: Comparación entre distintas metodologías de paso de cargas, Test1.

En las gráficas presentadas se observa, en primer lugar, que el método semianalítico obtiene valores suficientemente aproximados a los métodos paso a paso en las fases iniciales de la serie, en este caso, los primeros 0.1s. Estos datos coinciden con los publicados en las referencias [12], [35] y [36], por lo que los resultados se dan por buenos. En la referencia [27], se pueden consultar la Figura 5, en donde se analiza la respuesta en fases posteriores, más concretamente, entre 3.05 y 3.15s. El objetivo de esta figura es doble: En primer lugar, se ejemplifica la respuesta independiente al tiempo de muestreo por parte del método semianalítico, el cual es únicamente usado para evaluar la respuesta y en nada interviene en las ecuaciones del movimiento. En segundo lugar, se observa que el método de Newmark

se aproxima más al Semianalítico conforme se refina el paso temporal de integración, y además, conforme el período de evaluación es mayor, los datos se van alejando cada vez más de la solución exacta puesto que, al ser una metodología de tipo incremental, los errores se van acumulando conforme aumenta el número de pasos de cálculo.

3.7.3. Test de validación 2: Tablero losa.

En este segundo test trabajaremos un modelo tridimensional. En este caso estudiaremos la metodología semianalítica propuesta enfrentada a un método de integración numérica paso a paso en una losa de características geométricas presentadas en la figura 3.11.

Geometría

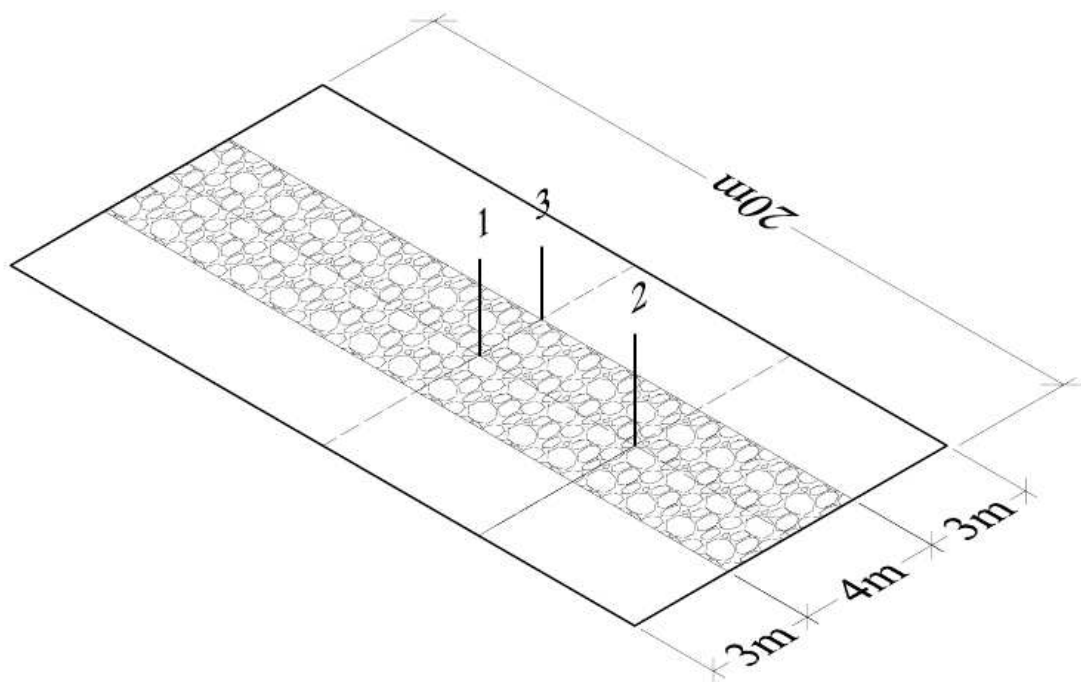


Figura 3.11: Geometría y puntos de postproceso de losa. Test 2.

El modelo se define por una losa de hormigón armado de características:

- $h(\text{espesor})=0.5\text{m}$
- $\nu=0.2$
- $\rho=2500\text{kg}/\text{m}^3$
- $\xi=2\%$

Así como una cama de balasto, definido por la zona rallada en la figura 3.11, en la que consideraremos una masa adicional conjunta, balasto más traviesas y vías, de $1000\text{kg}/\text{m}^2$.

Para el postproceso definimos tres puntos de testeo definidos en la figura 3.11:

- Centro de vano (1): Para activar el modo principal de flexión
- Cuarto de vano (2): Testeamos el segundo modo de flexión.
- Extremo de cama de balasto (3): Activamos el modo principal de torsión.

La carga a considerar será la misma que en el caso anterior, una carga de 9800N desplazándose a una velocidad constante de 35.57m/s sobre la línea de carga.

Cálculo modal.

En este test consideraremos 12 modos de vibración de frecuencias:

Modo de vibración	Frecuencia
Modo 1	1.961
Modo 2	7.827
Modo 3	17.538
Modo 4	30.988
Modo 5	48.016
Modo 6	68.397
Modo 7	91.833
Modo 8	100.237
Modo 9	113.429
Modo 10	117.935
Modo 11	132.217
Modo 12	146.200

Tabla 3.2: Frecuencias de modos de vibración en test de validación 2.

Cálculo mediante el Método de Newmark.

Para este cálculo optamos por un paso de tiempo igual a $T_4/10$ para muestrear la señal con suficiente precisión (un tiempo de paso suficiente teniendo en cuenta que la participación de masa en el cuarto modo de vibración es el 94 %, además el cuarto modo es el primero que supera los 30Hz, frecuencia de desestabilización del balasto según el estado límite de servicio para la seguridad del tráfico según [1]). Los resultados de cálculo del paso de cargas se presentan en el gráfico 3.12:

Cálculo mediante el Método Semianalítico.

Ahora realizamos el mismo cálculo mediante el método semianalítico con un paso de cargas idéntico, obteniendo el siguiente resultado 3.13:

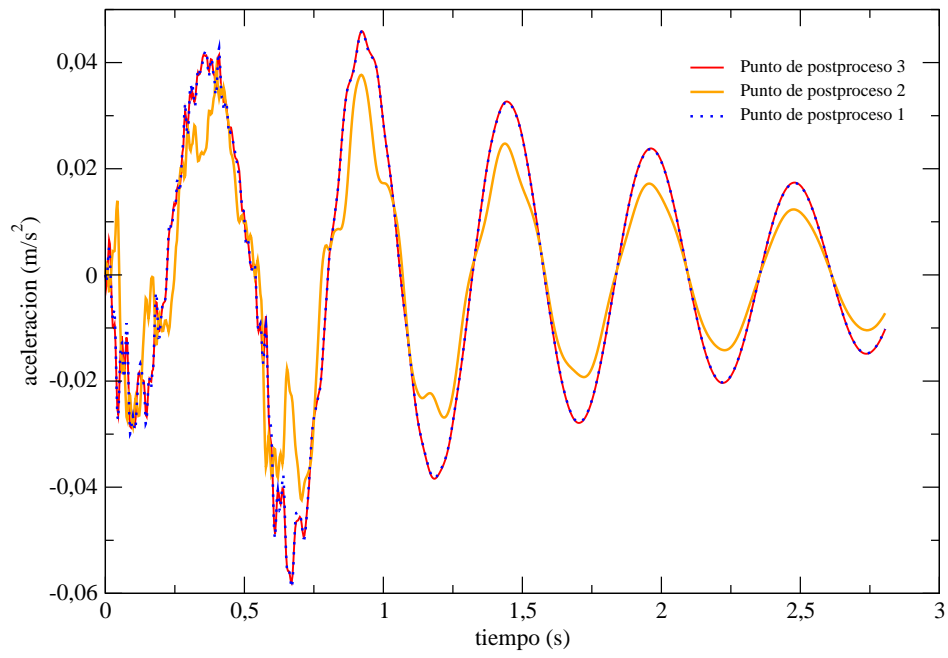


Figura 3.12: Aceleración vertical mediante integración paso a paso. Test de validación 2.

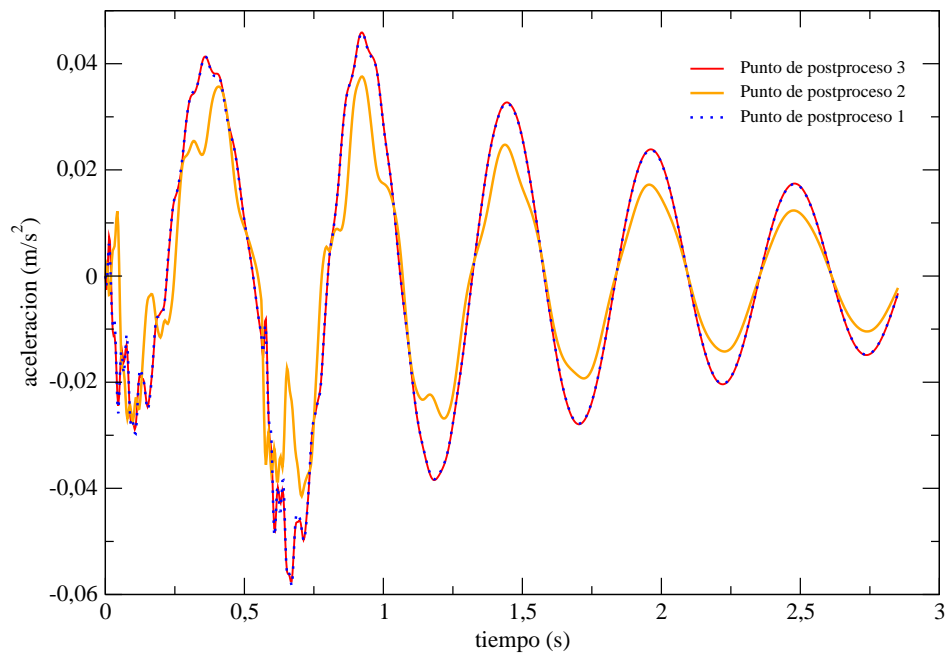


Figura 3.13: Aceleración vertical mediante el método semianalítico. Test de validación 2.

Comparativa.

Para realizar la comparación entre ambos métodos se elaboraron las siguientes gráficas, 3.14, 3.15 y 3.16, sobre los tres puntos de postproceso:

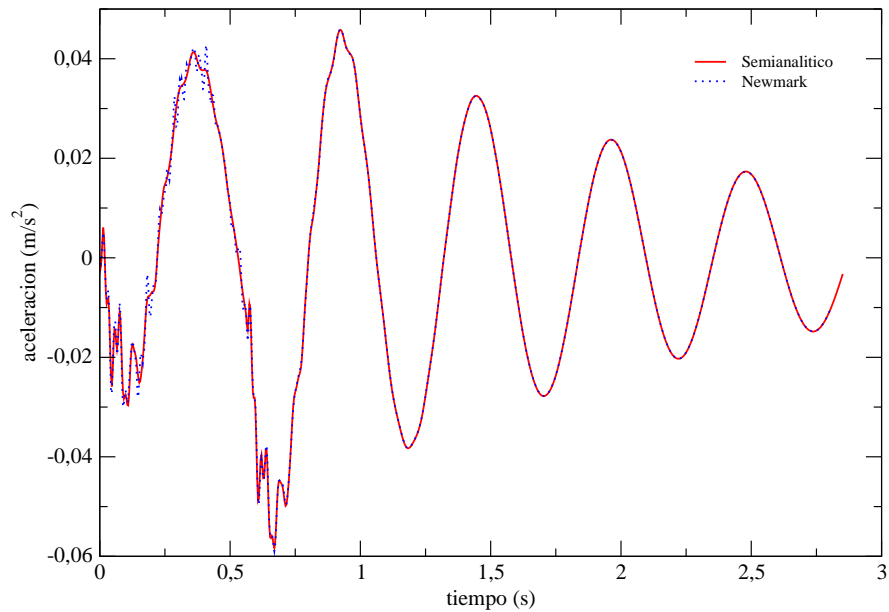


Figura 3.14: Comparativa en punto de postproceso de centro de vano, punto 1. Test de validación 2.

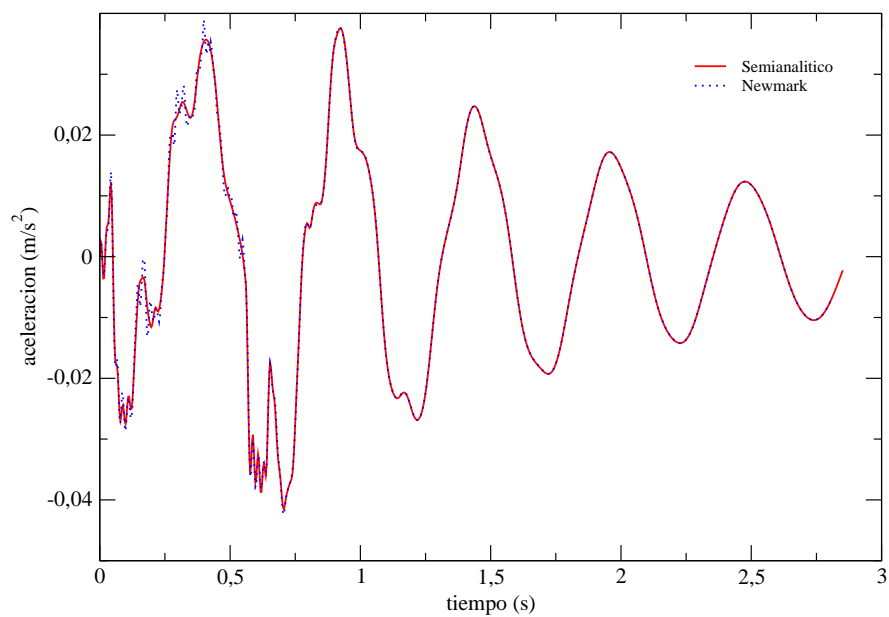


Figura 3.15: Comparativa en punto de postproceso de cuarto de vano, punto 2. Test de validación 2.

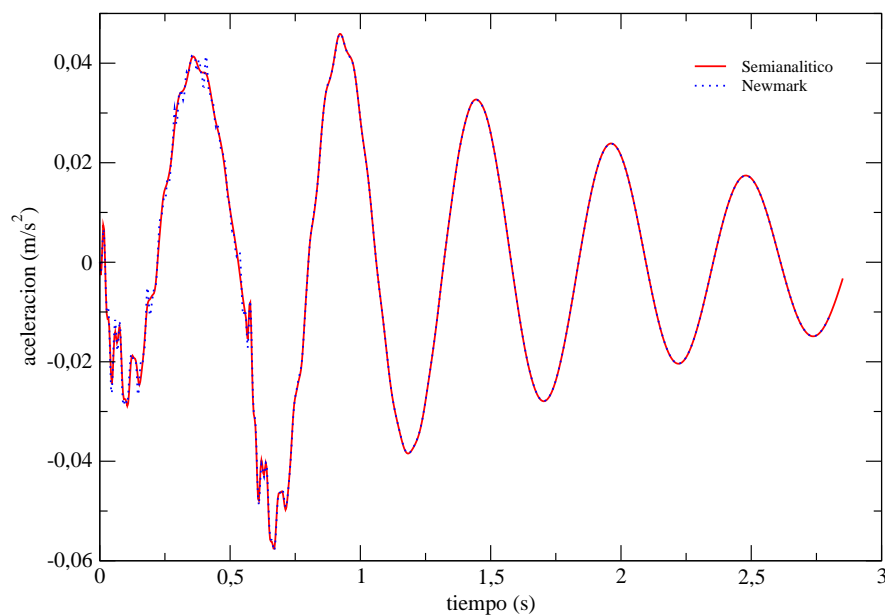


Figura 3.16: Comparativa en punto de postproceso de cama de balasto, punto 3. Test de validación 2.

Observamos que de nuevo, los resultados obtenidos son prácticamente idénticos.

3.7.4. Conclusiones.

De nuevo, en las gráficas comparativas 3.14, 3.15 y 3.16, los resultados se solapan salvo pequeñas diferencias en los primeros instantes. Sin embargo, la diferencia en términos de tiempo de cálculo es abismal, duplicando y triplicando, por parte del método paso a paso, el tiempo de cálculo empleado por el método Semianalítico. Por lo tanto, y tras haber obtenido resultados satisfactorios en ambos tests, se opta por el empleo del método Semianalítico en los cálculos dinámicos del presente documento. Se realizarán barridos de velocidades de 20 a $220 \cdot 1.2$ km/h para 12 trenes, tanto para la solución inicial como para las alternativas propuestas. De ahí que las destacadas ventajas del método semianalítico, en términos de precisión y tiempo de cálculo, lo convierten en un procedimiento ideal para el propósito de este proyecto.

CAPÍTULO 4

Predimensionamiento de la estructura

4.1. Introducción

En este apartado, se pretende diseñar una estructura coherente con la tipología de puentes a la que va destinada esta metodología. Para ello, y basándose en las características de otros puentes similares así como en normas de buena práctica, se opta por un puente de cinco vanos 25-30-80-25-30, con un arco parabólico de 12m de clave en el vano central y dos vanos de acompañamiento en cada estribo. La estructura se compone de dos vigas laterales de 2.6m de canto con una relación canto-luz en los vanos de 30m de $\frac{30}{2.6}=11.53$, típico para puentes de ferrocarril. En el arco central esta relación toma un valor de $\frac{80}{2.6}=30.77$, valor bastante semejante a la relación en el arco de Santa Ana en la línea de alta velocidad Córdoba-Málaga, $\frac{86.4}{2.6}=33.23$, puente mixto para ferrocarril de alta velocidad de características similares.

El tablero se diseña para vía única de 6m, con 2.74m de acerado a ambos lados, con un total de 11.47m de ancho.

En cuanto al arco, se diseña una sección cajón de acero S355, con chapas de 2mm, relleno de hormigón HA-30 con el fin de ganar resistencia a padeo vertical y aumentar el amortiguamiento dinámico. En cada arco dispondremos 9 péndolas, separadas cada 8m, de sección circular de diámetro 40mm y acero ST1570.

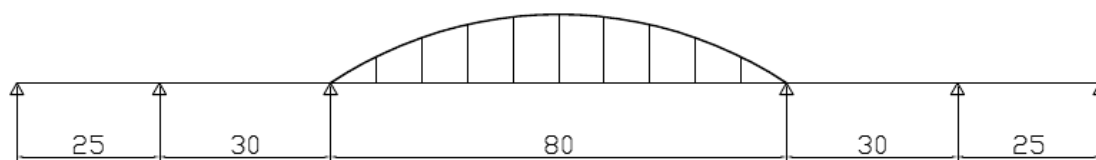


Figura 4.1: Alzado del puente. Propuesta inicial.

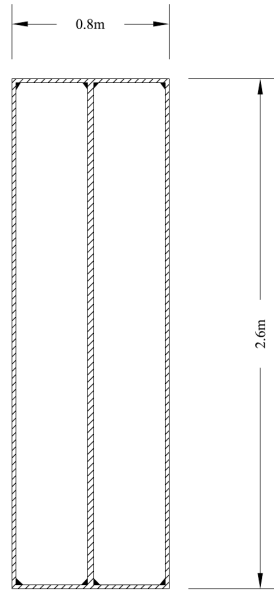


Figura 4.2: Sección tipo vigas laterales.

4.2. Acciones de predimensionamiento.

4.2.1. Cargas permanentes (G):

Cuantías de acero:

Basándose en los datos de predimensionamiento indicados en la referencia [38]:

Vanos de 25m	300 kg/m ²
Vanos de 30m	300 kg/m ²
Vanos de 80m	500 kg/m ²

Tabla 4.1: Cuantías de acero

Peso propio lineal de la estructura metálica:

- Vanos de 25 y 30m $\rightarrow p = \frac{300 \text{ kg/m}^2 \cdot 12 \text{ m}}{2} = 1800 \text{ kg/m}$
- Vano central $\rightarrow p = \frac{500 \text{ kg/m}^2 \cdot 12 \text{ m}}{2} = 3000 \text{ kg/m}$

También consideraremos una carga correspondiente a la rigidización de 4.596kN/m por viga.

(El predimensionamiento se realiza sobre el modelo plano, por ello las cargas a considerar serán la mitad de las totales). Como peso específico del acero se considera 8 t/m^3 con el fin de tener en cuenta elementos secundarios tales como soldaduras, tornillos y demás elementos metálicos auxiliares que no se consideran en el cálculo estructural.

Cargas muertas.

- Balasto de 50cm de espesor y taludes 3H:2V con un volumen neto (descontado un volumen de traviesas de $0.456m^3$) por unidad de longitud de $2.169m^2$ y peso específico $18 kN/m^3$; $q_{balasto}=39.042 kN/m$.
- Carriles: $q_{carriles} = 2 \cdot 0.6 kN/m = 1.2 kN/m$.
- Traviesas de hormigón monobloque: dispuesta en un número de traviesas por metro lineal de 2:0.6 con un peso de $3.2 kN/m$, $q_{traviesas}=10.67 kN/m$.
- Muretes de contención de balasto: de dimensiones $2 \times 0.2 \times 0.5 m^3$ y peso específico del hormigón de $25kN/m^3$, $q_{muretes}=4.905 kN/m$.
- Barandilla y anclaje: con un peso de $33.681 \cdot 0.00981$, $q_{barandilla}=0.66082122 kN/m$.
- Imposta: Con un área de $0.227 m^3$, $q_{imposta} = 2 \cdot 0.227 \cdot 2.5 \cdot 9.8 = 11.13435 kN/m$.
- Chapa grecada: $q_{chapa}=5.64 kN/m$.
- Vigas transversales: $q_{vigas}=6.146341021$
- Losa: de 35cm de espesor, $q_{losa} = 11.47m \cdot 0.35m \cdot 25kN/m^3 = 100.3625 kN/m$

Lo cual supone una carga muerta total de $89.879kN/m$ por viga.

Total de carga permanente:

- Vanos de 25 y 30m $\rightarrow q_{perm} = 1.8 + 8.9879 = 10.7879 t/m$
- Vano central $\rightarrow q_{perm} = 3 + 8.9879 = 10.7879 t/m$

También se considera una carga de nieve de $1.15 kN/m$.

4.2.2. Acciones variables (Q).

Se estudian las líneas de influencia del tren de cargas UIC71, propuesto en la normativa IAPF [1], aplicado en el eje de la vía a nivel de su plano de rodadura.

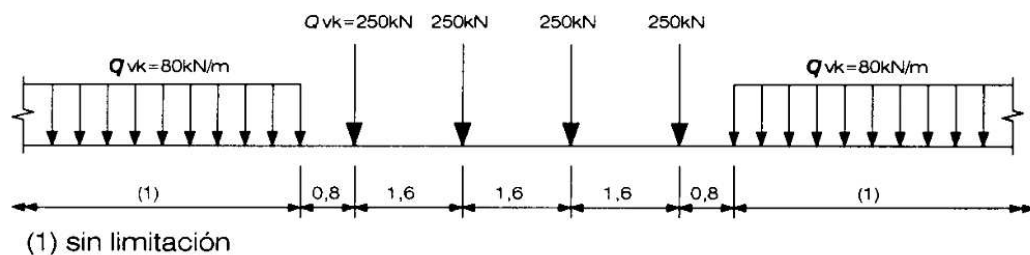


Figura 4.3: Tren de cargas UIC71

4.3. Esfuerzos para predimensionamiento:

A efectos de predimensionamiento no se tendrán en cuenta los efectos de la fluencia, retracción ni temperatura. Se supondrá inercia constante en todo el tablero de chapas para las alas de 0.03m de espesor y almas de 0.018m, correspondiente a una sección inicial presentada en la figura 4.2:

■ Sección en estribo 1

Esfuerzos:

$$V_{1d} = -2586.309 \text{ kN}$$

$$M_{1d} = 0$$

Constructivamente, se dispondrán de los neoprenos necesarios para distribuir el cortante en un 50 % para las almas exteriores y el restante 50 % al alma interior. De este modo, la resistencia del alma interna será la más limitante:

$$\tau = \frac{V}{b \cdot t_w} = \frac{0.5 \cdot 2586.309 \text{ E} + 03}{2.57 \cdot 0.018 \text{ E} + 06} = 27.954 \text{ N/mm}^2 < < \frac{f_y}{\sqrt{3}}$$

→ Condición de esbeltez del alma: $\frac{b}{t_w} \leq 160$ Condición que para $b = 2.57 \text{ m}$, $t_w \geq 16.06 \text{ E} - 03 \text{ m}$, condición que cumplimos con el prediseño de espesor de alma de $18 \text{ E} - 3 \text{ m}$

■ Sección más solicitada en vano 2

Esfuerzos:

$$V_{1d} = 508.498 \text{ kN}$$

$$M_{1d} = 13882.3445 \text{ kN.m}$$

El cortante no supone el cincuenta por ciento del cortante de agotamiento plástico por lo que se desprecia su interacción con la flexión. Para el estudio de la resistencia a flexión consideraremos únicamente la contribución de las alas, despreciando la resistencia que ofrecen las almas, estando de este modo, del lado de la seguridad:

Compresión en el ala superior:

$$C = \frac{M_d}{2.6 - 0.03} = 5.402 \text{ E} + 03 \text{ kN}$$

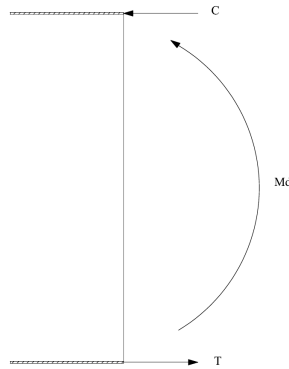


Figura 4.4: Esquema resistente.

Para la que necesitaremos un espesor:

$$t = \frac{C}{0.8 \cdot 1000 \cdot f_y} = 0.019 \text{ m} = 19.0 \text{ mm}$$

■ Sección de apoyo en pila 3

Esfuerzos:

$$V_{1d} = 3506.015 \text{ kN}$$

$$M_{1d} = -12686.7559 \text{ kN.m}$$

El cortante es de nuevo despreciable frente al esfuerzo a flexión de modo que el área de ala necesaria sería:

$$A = \frac{M}{2.57 \cdot 1000 \cdot f_y} = 13.906 \text{ E}+3 \text{ mm}^2$$

Área a la que sumamos un 25 % para considerar una reserva frente a fluencia, retracción y gradiente térmico. Con ello:

$$A = 17.382 \text{ E}+3 \text{ mm}^2$$

$$t = 21.73 \text{ mm}$$

Espesor inferior a los 30mm inicialmente prediseñados.

■ Sección más solicitada en vano 4

Esfuerzos:

$$V_{1d} = -532.458 \text{ kN}$$

$$M_{1d} = 14215.3159 \text{ kN.m}$$

Para la que necesitaremos un espesor de 19.48mm.

■ Sección de apoyo en pila 5

Esfuerzos:

$$V_{1d}=3782.566 \text{ kN}$$

$$M_{1d}=-18117.5740 \text{ kN.m}$$

Esfuerzos que requieren un espesor de ala de 24.8227 mm, inferior a los 30mm de prediseño.

■ Sección más solicitada en vano 6

Esfuerzos:

$$V_{1d}=1283.121 \text{ kN}$$

$$M_{1d}=7441.8744 \text{ kN.m}$$

Para la que necesitaremos un espesor:

$$e=10.196 \text{ mm.}$$

4.4. Verificaciones en E.L.U.

4.4.1. Abolladura de almas.

Para ello se acude al apartado 35.5 de la norma EAE de acero estructural [39].

Aplicándose la condición de esbeltez mínima:

$$\frac{h_w}{t_w} > \frac{72}{\eta} \cdot \epsilon$$

$$\frac{2.57m}{0.018m}=142.78m > \frac{72}{1.2} \cdot 0.81=48.6$$

Por lo tanto se deberá estudiar la abolladura así como rigidizar los apoyos.

Deberá verificarse que se cumple en todas las secciones de la viga la siguiente condición a estado límite último:

$$V_{Ed} < V_{b,Rd}$$

El mayor cortante que se da en la viga es de 3299.556kN, que analizaremos para el panel de centro de vano central, panel en el que no se da dicho cortante pero que de este modo estaremos del lado de la seguridad.

Aplicando el articulado arriba indicado:

$$\frac{a}{h_w} = \frac{80}{2.57} > 1$$

$$k_\tau = 5.34 + e \cdot \left(\frac{h_w}{a}\right)^2 = 5.344$$

$$\sigma_E = \frac{\pi^2 210000}{12(1-0.3^2)} \cdot \left(\frac{0.03}{2.57}\right)^2 = 25.86 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{CR} = k_\tau \cdot \sigma_E = 138.2 \text{ N/mm}^2$$

$$\overline{\lambda}_w = \sqrt{\frac{355/\sqrt{3}}{138.2}} = 1.218 > 1.08$$

$$\chi = \frac{0.83}{\lambda_w} = 681.6 \text{E-}3$$

$$V_{b,Rd} = 681.6 \text{E-}3 \cdot 355 / \sqrt{3} \cdot 0.03 \\ \cdot 2.57 \cdot E + 6 = 10.77 \text{E} + 6 \text{N} = 10770 \text{ kN}$$

Valor muy superior al máximo cortante registrado por lo que, en principio, no haría falta rigidizar más que en los apoyos. No obstante, por razones constructivas en el izado de las vigas, se rigidizará el vano central cada 4m, bajo péndolas y entre péndolas, en los vanos de 25m cada 3.13m y en los vanos de 30m cada 3.75m.

4.4.2. Comprobación a pandeo del arco:

El arco se constituye con una sección cajón metálica rellena de hormigón HA-30. Dicha sección presenta una camisa de acero S355 de 0.03m de espesor, ancho de 0.65m y canto variable desde 1.1m, en el encuentro con el tablero, hasta 0.88m en la clave del arco. Debemos verificar en toda sección del mismo que se verifica el estado límite último de inestabilidad:

$$N_{sd} \leq \chi N_{pl,Rd}$$

Condición que comprobamos en el encuentro con el arco (sección más solicitada) y en la clave del arco (menor sección).

- Encuentro con el tablero:

Según las recomendaciones de la RPX, [40]:

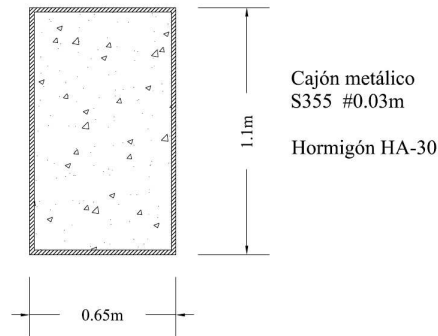


Figura 4.5: Sección del arco en su encuentro con el tablero.

$$N_{Rd} = A_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_a} + A_s \cdot \frac{f_{sk}}{\gamma_s} + A_c \cdot \frac{0.85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c} \quad (4.1)$$

$$N_{Rd} = 2 \left[(0.65 - 2 \cdot 0.03) \cdot 0.03 + 1.1 \cdot 0.03 \right] \cdot \frac{355E + 6}{1.15} + \\ + (0.65 - 2 \cdot 0.03) \cdot (1.1 - 2 \cdot 0.03)E + 6 \cdot 0.85 \cdot \frac{(30 + 8)}{1.5} = 44.51E + 6N \quad (4.2)$$

Condiciones de aplicación del método del coeficiente de reducción por pandeo χ :

- $$\frac{1}{2}h - z_g = 0 \leq \frac{1}{10} \quad (4.3)$$

- $$\bar{\lambda}_p \leq 2.0 \quad (4.4)$$

(Condición que se verifica como se verá posteriormente)

- Contribución del perfil metálico:

$$0.2 \cdot N_{Rd} < A_a \cdot \frac{f_y}{\gamma_a} < 0.9 \cdot N_{Rd} \quad (4.5)$$

$$8.903E + 6 < 31.30E + 6 < 40.06E + 6 \quad (4.6)$$

Estudiamos únicamente el pandeo alrededor del eje fuerte pues constructivamente se impide el pandeo lateral a través de vigas de arriostramiento transversales.

Para el cálculo de la carga crítica, acudimos a la referencia [38], en el cual encontramos relaciones clave/vano-coeficiente de pandeo. De este modo, para una relación 12/80 obtenemos un coeficiente $\beta = 0.28$, por lo tanto, $L_p = 80 \cdot 0.28 = 22.4\text{m}$ y N_{CR} :

$$N_{CR} = \frac{EI}{L_p^2} \cdot \pi^2 = 101.0E + 6N \quad (4.7)$$

Para una inercia equivalente:

$$\begin{aligned} I_a &= 2 \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot 0.03 \cdot 1.1^3 \right] + 2 \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot (0.65 - 2 \cdot 0.03) \right. \\ &\quad \left. \cdot 0.03^3 + 0.03 \cdot (0.65 - 2 \cdot 0.03) \cdot \left(\frac{(1.1 - 0.03)}{2} \right)^2 \right] \\ &= 16.80E - 3m^4 \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$I_c = \frac{1}{12} \cdot (0.65 - 2 \cdot 0.03) \cdot (1.1 - 2 \cdot 0.03)^3 = 55.31E - 3m^4 \quad (4.9)$$

$$E_{cm} = 22000 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{0.3} = 28.24E + 3MPa \quad (4.10)$$

$$\beta_{cc}(100) = \text{Exp} \left[s \left(1 - \sqrt{\frac{28}{100}} \right) \right] = 1.099 \quad (4.11)$$

(*) $s=0.2$, para cementos de alta resistencia y rápido endurecimiento.

$$f_{cm}(100) = \beta_{cc}(100) \cdot f_{cm} = 25.27 \text{ MPa} \quad (4.12)$$

$$E_{cm}(100) = \left(\frac{f_{cm}(100)}{f_{cm}} \right)^{0.3} \cdot E_{cm} = 29.05E + 3 \text{ MPa} \quad (4.13)$$

$$EI = E_a \cdot I_a + 0.8 \cdot E_{cd} I_c = 5.135E + 15 \text{ Nmm}^2 \quad (4.14)$$

Con lo que el coeficiente de reducción χ :

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{N_{RD}}{N_{CR}}} = 0.6638 \quad (4.15)$$

$$\alpha = 0.34$$

$$\phi = 0.5 \cdot \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2 \right] = 799.2E - 3 \quad (4.16)$$

$$\chi = \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 - \bar{\lambda}^2}} = 803.7E - 3 \quad (4.17)$$

$$N_{sd} = 16.818E + 3 \text{ kN} \leq \chi N_{pl,Rd} = 35.77E + 3 \text{ kN} \quad (4.18)$$

Además, se da un flector máximo de -6973.1108 kNm, esfuerzo que habrá de analizarse de manera conjunta con el esfuerzo axil arriba estudiado.

La inercia de la parte de hormigón homogeneizada:

$$n = \frac{E_c}{E_a} = \frac{29.05E + 3}{210E + 3} = 0.1383 \quad (4.19)$$

$$I_{ch} = \frac{1}{12} \cdot (0.59 \cdot n) \cdot 1.04^3 = 7.65E - 3 \text{ m}^4 \quad (4.20)$$

$$I_t = I_a + I_c = 16.80E - 3 + 7.65E - 3 = 24.45E - 3 \text{ m}^4 \quad (4.21)$$

$$M_{CR} = \frac{355 \cdot 24.45E - 3}{0.5 \cdot 1.1} \cdot 10^3 = 15.78E + 3 \text{ kNm} \quad (4.22)$$

Por lo que podremos realizar una comprobación envolvente con momentos en rango elástico del lado de la seguridad:

$$\frac{Nd}{N_{CR}} + \frac{Md}{M_{CR}} = \frac{16817.792}{35.77E + 3} + \frac{6973.1108}{15.78E + 3} = 0.912E - 3 < 1.0 \quad (4.23)$$

■ Para la sección de la clave, Nd=14701.587 kN:

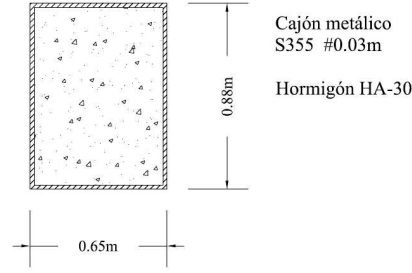


Figura 4.6: Sección del arco en la clave.

$$N_{CR} = 53.09E + 6N \quad (4.24)$$

$$N_{RD} = 37.64E + 6N \quad (4.25)$$

$$N_{sd} \leq \chi N_{pl,Rd} = 26.28E + 3kN \quad (4.26)$$

Además presenta una flexión de 2758.8514 kNm.

$$I_h = 13.55E - 3m^4 \quad (4.27)$$

$$M_{CR} = 10.93E3kNm \quad (4.28)$$

Por lo que la comprobación resistente resulta:

$$\frac{Nd}{N_{CR}} + \frac{Md}{M_{CR}} = \frac{14701.587}{26.28E + 3} + \frac{2758.8514}{10.93E3} = 0.812 < 1.0 \quad (4.29)$$

4.4.3. Carga máxima en péndolas:

El axil máximo se debe mantener entre el 60-70 % de su máxima carga admisible para evitar problemas de relajación en el acero.

$$fy = 1570MPa \quad (4.30)$$

$$A = 1.963E - 3m^2 \quad (4.31)$$

$$N_{max} = \frac{fy}{\gamma_s} \cdot A \cdot (0.6 - 0.7) = (1608 - 1876)kN \quad (4.32)$$

La máxima carga de tracción registrada es de 1787.834 kN, dentro del rango permitido.

4.5. Geometría final.

Basándose en los cálculos referidos en el predimensionamiento se gradúan, en una primera aproximación, los espesores de chapa en toda la longitud del puente 4.8. En este proyecto, al no tratarse del diseño de un puente real, sino que el modelo representa únicamente una base sobre la que ensayar las distintas tipologías que propondremos, se ha optado por tomar espesores de chapas iguales para las alas superior e inferior con vistas a poder aislar mejor las actuaciones que se llevarán a cabo sobre el arco. No obstante, la variación en milímetros por parte de los espesores no supondrá una gran variación en el comportamiento dinámico puesto que las frecuencias dependen de la raíz de la inercia, inercia que depende fundamentalmente del canto. Del mismo modo, se presentan las figuras necesarias para definir la geometría de la estructura analizada. Notar que las barras de atado de los arcos, barras de sección circular de 800mm de diámetro y un espesor de 20mm, limitan un gálibo superior de 8.16m, gálibo suficiente para el tendido de la catenaria eléctrica.

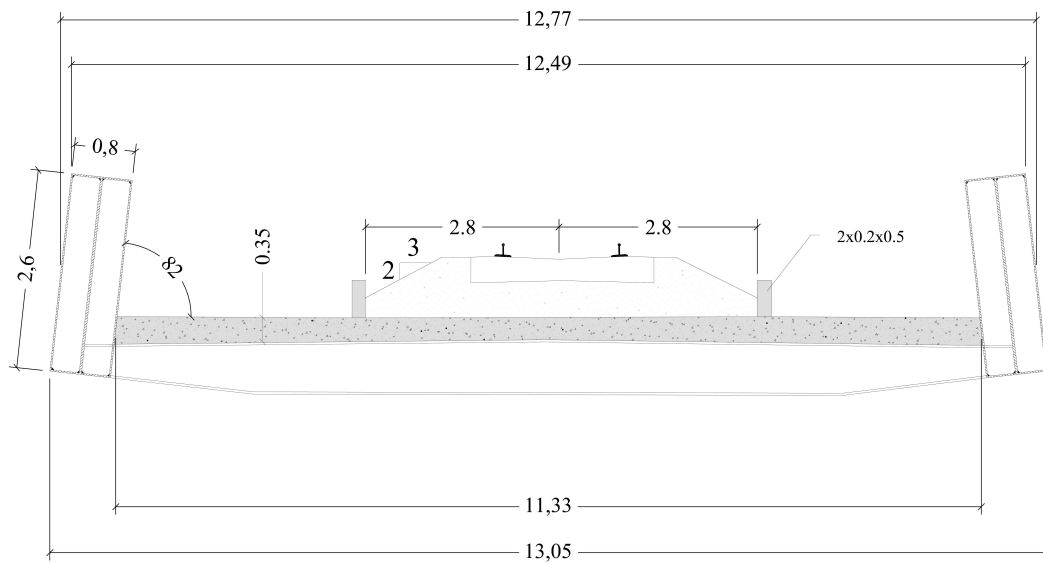


Figura 4.7: Sección tipo de tablero de puente.

(Cotas en m).

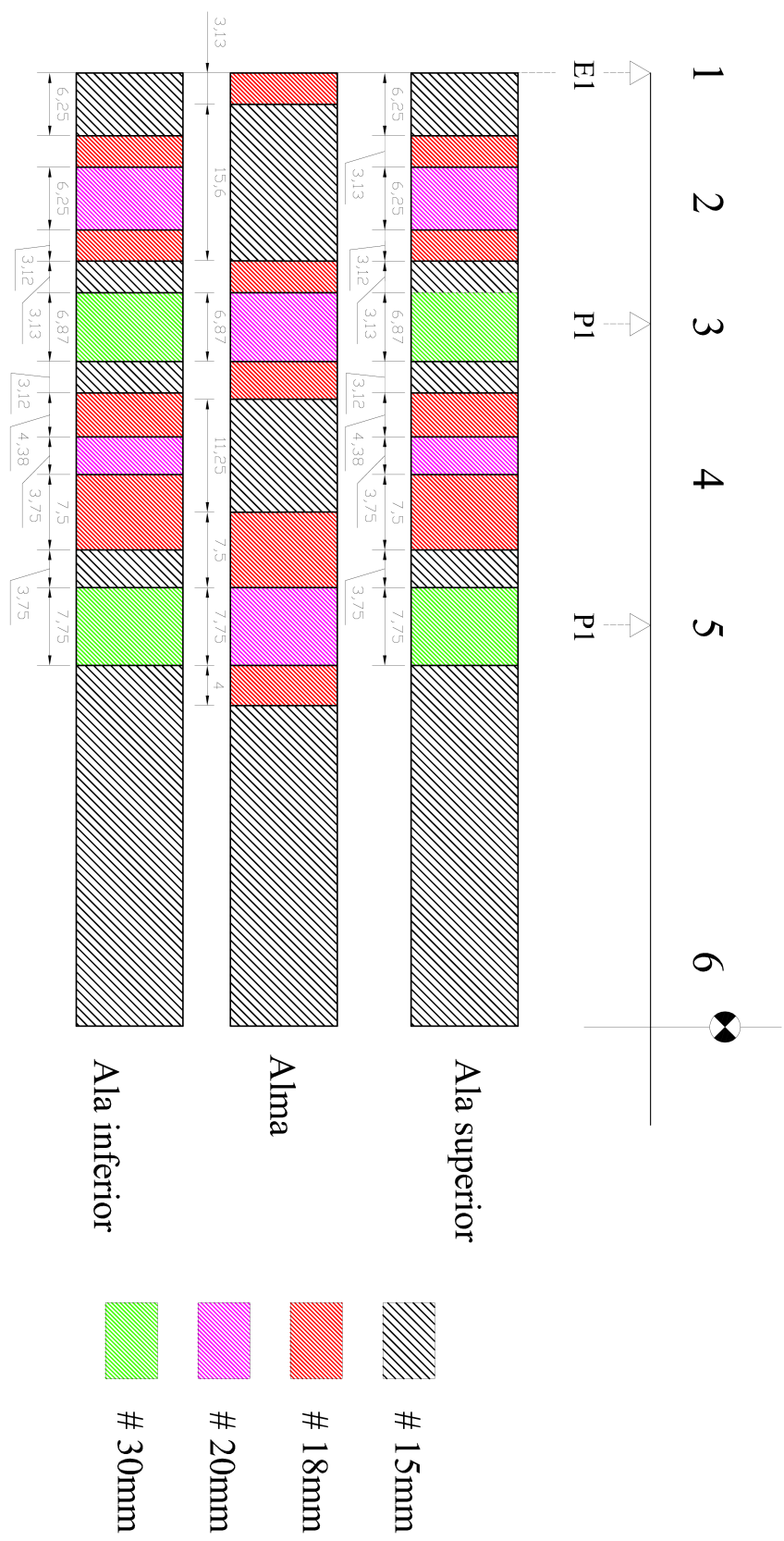


Figura 4.8: Guitarra de predimensionamiento. Iteración 1, solución inicial.

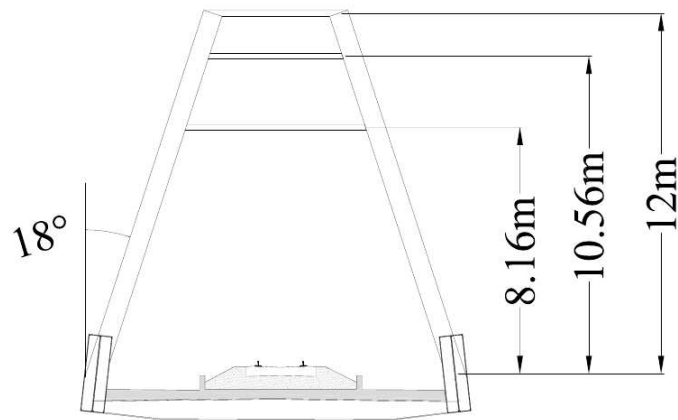


Figura 4.9: Alzado de tablero y arco, solución inicial.

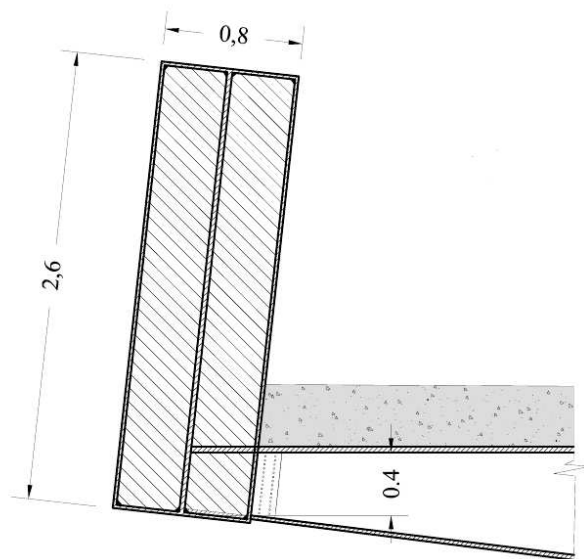


Figura 4.10: Detalle enlace vigas transversales y vigas laterales rigidizadas. Solución inicial.

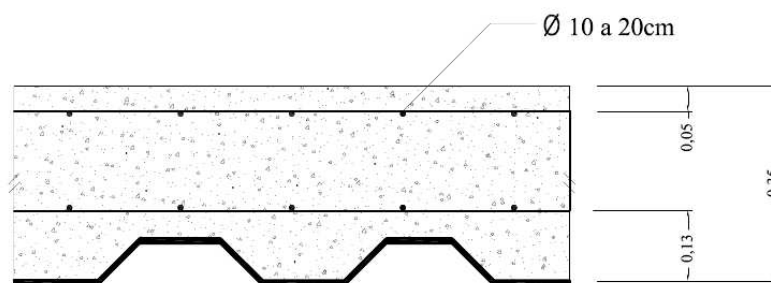


Figura 4.11: Detalle de sección, armadura y chapa de grecada de losa.

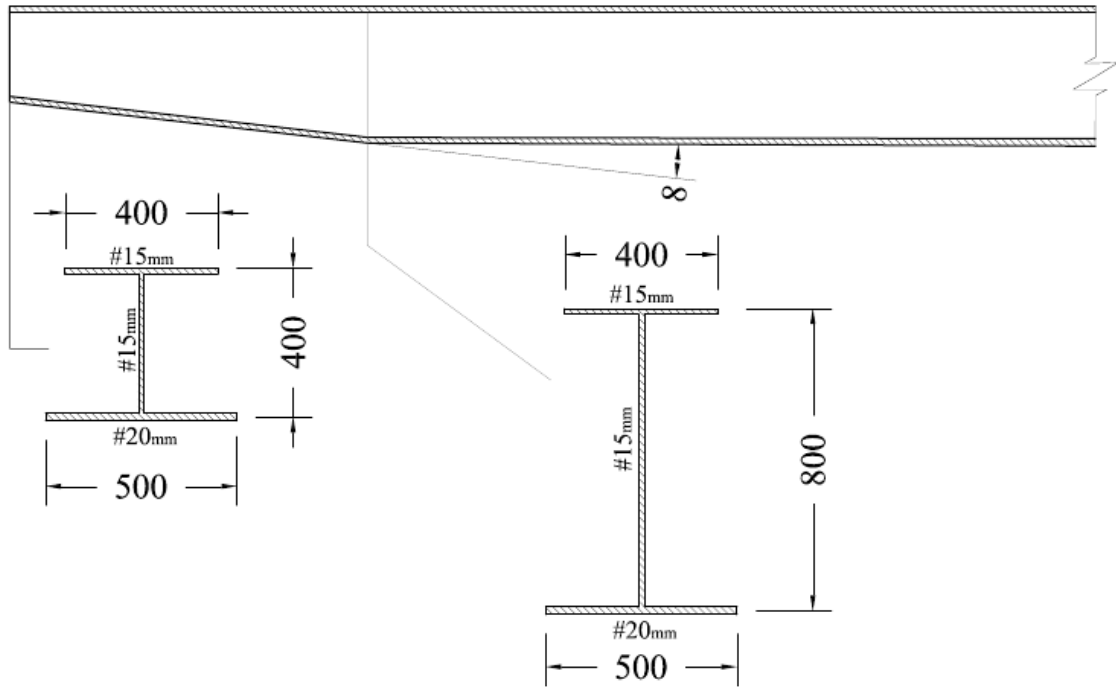


Figura 4.12: Esquema de vigas transversales de canto variable.

4.6. Verificaciones en E.L.S.

4.6.1. Análisis estructural

Anchos eficaces de la losa:

$$\psi_{el,4} = \left[0.55 + 0.025 \cdot \frac{L}{b} \right] \cdot \psi_1^* = 422.8E - 03 \quad (4.33)$$

$$\psi'_{el,1} = \frac{1}{1 + 6.4 \cdot \left(\frac{b}{L} \right)^2} = 662.2E - 03 \quad (4.34)$$

$$\psi_{el,2} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \left(\frac{b}{L} \right) + 1.6 \cdot \left(\frac{b}{L} \right)^2} = 254.9E - 03 \quad (4.35)$$

$$\psi_{el,1} = \frac{1}{1 + 6.4 \cdot \left(\frac{b}{L} \right)^2} = 656.8E - 03 \quad (4.36)$$

$$\psi'_{el,2} = \frac{1}{1 + 6 \cdot \left(\frac{b}{L} \right) + 1.6 \cdot \left(\frac{b}{L} \right)^2} = 419.2E - 03 \quad (4.37)$$

$$\psi''_{el,1} = \frac{1}{1 + 6.4 \cdot \left(\frac{b}{L} \right)^2} = 931.6E - 03 \quad (4.38)$$

De manera aproximada lo hacemos coincidir con el despiece de la guitarra de predimensionamiento:

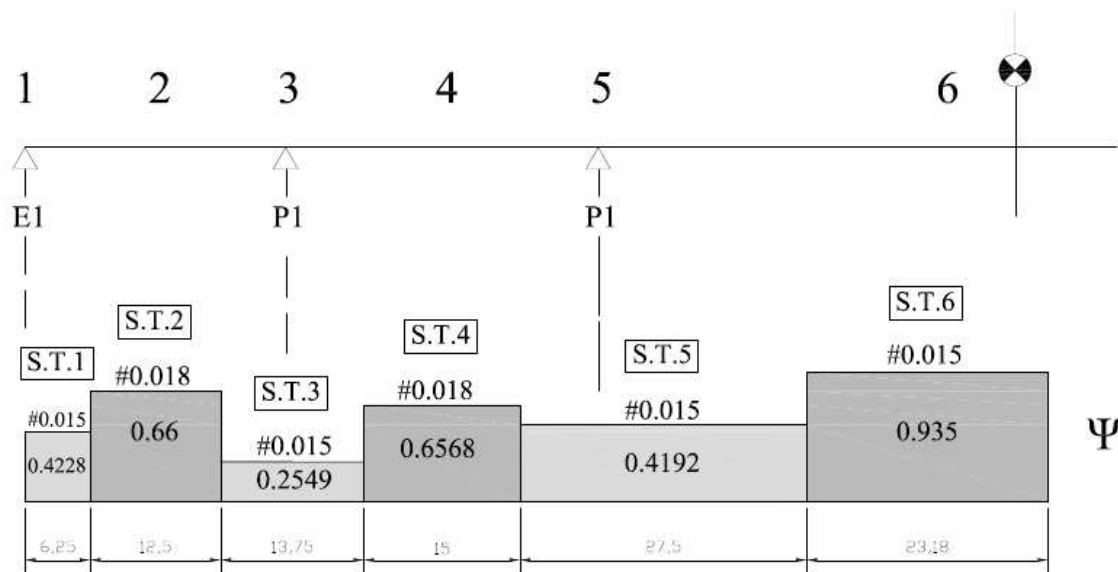


Figura 4.13: Anchos eficaces.

Anchos eficaces de las alas metálicas:

$$\frac{b}{L} = \frac{0,8}{13,75} \cdot \frac{1}{2} = 29,09E - 03 < \frac{1}{20} \rightarrow \psi = 1,00 \quad (4.39)$$

Siendo el caso más desfavorable, por lo cual, no se llevarán a cabo reducciones eficaces en las alas metálicas.

Características mecánicas de las secciones:

De manera simplificada se obtienen 12 secciones características, teniendo en cuenta una inclinación de las vigas de 8 grados junto con la contribución de la chapa grecada. Las características seccionales se representan en el apéndice B.

Para las características de la sección fisurada se ha considerado una armadura, por cuantía mínima 1,8/1000 de acero B500S, compuesta por redondos $\phi 10$ cada 20cm en ambas caras de la losa con recubrimientos de 50mm.

4.7. Acciones.

En este apartado, se recogen las acciones determinadas a partir del modelo propuesto.

■ Cargas permanentes de valor constante:

1. Estructura metálica: $\gamma=8 \text{ t/m}^3$ y una carga lineal de 12,67 kN/m.
2. Losa de hormigón: $p=50,18 \text{ kN/m} \cdot \text{viga}$
3. Carga muerta: $q=36,62 \text{ kN/m} \cdot \text{viga}..$

4. Rigidización: 4.596 kN/m.
 5. Vigas transversales: 3.073 kN/m.
- Acción térmica: (Según 2.3.9. IAPF, [1])
Diferencia de temperatura de $\pm 18^\circ\text{C}$
 - Retracción: Se considerará una deformación por retracción a 100 años (*vida útil*).

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} \quad (4.40)$$

Considerando que el curado se realiza al día siguiente de su vertido:

$$\epsilon_{cd} = \beta_{ds}(100, 1) \cdot Kh \cdot \epsilon_{cd, \infty} = 0.7 \cdot 399.7E - 6 = 279.8E - 06 \quad (4.41)$$

$$\beta_{ds}(100, 1dia) = \frac{t - t_s}{t - t_s + 0.04 \sqrt{h_0^3}} = 980.1E - 03 \approx 1 \quad (4.42)$$

$$h_0 = \frac{2A_c}{u} = 0.7E + 03mm \mapsto Kh = 0.7 \quad (4.43)$$

Considérese:

- HA-30
- $f_{cm}=38\text{MPa}$
- $HR=65\%$

$$\epsilon_{cd, \infty} = 0.85 \cdot [(220 + 110\alpha_{ds1}) \exp(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm}10)] B_{RH} \cdot E - 06 = 399.7E - 06 \quad (4.44)$$

$$B_{RH} = 1.55 \cdot [1 - (\frac{HR}{100})^3] = 1.124 \quad (4.45)$$

$$\epsilon_{ca} = 2.5(f_{ck} - 10)E - 06 = 50E - 6 \quad (4.46)$$

Con lo que resulta:

$$\epsilon_{cs} = \epsilon_{cd} + \epsilon_{ca} = 3.298E - 04 \quad (4.47)$$

- Fluencia.

$$\varphi(100, 28d) = \varphi_0 \cdot \beta_c(100, 28d) = 2.359 \quad (4.48)$$

$$\varphi_0 = \varphi_{HR} \cdot \beta(f_{cm})\beta(t_0) = 2.359 \quad (4.49)$$

$$\varphi_{HR} = (1 + \alpha_1 \cdot \frac{1 - 65/100}{0.1 \sqrt[3]{70}}) \alpha_2 = 1.772 \quad (4.50)$$

$$\alpha_1 = (\frac{35}{38})^{0.7} = 944.1E - 03 \quad (4.51)$$

$$\alpha_2 = \left(\frac{35}{38}\right)^{0.2} = 983.7E - 03 \quad (4.52)$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}} = 2.725 \quad (4.53)$$

$$\beta(t_0) = \beta(28) = \frac{1}{0.1 + t_0^{0.2}} = 488.4E - 03 \quad (4.54)$$

Para tener en cuenta la fluencia se siguen las normas de buena práctica propuestas por la RPX [40] en las que se introduce en el cálculo a través de los coeficientes de equivalencia para homogeneización de secciones:

- Estructura sometida a carga muerta a tiempo 0 y efectos de el incremento de temperatura: **n=6.25**
- Estructura sometida a carga muerta a 100 años: **n=21**

$$E_{c,28} = 33600MPa \mapsto E_{ef(28)} = \frac{E_{c,28}}{1 + \varphi(100, 28d)} = 10E + 03 \quad (4.55)$$

- Efectos isostáticos y efectos de la retracción: **n=13.75**
- Fisuración. De manera simplificada, para las comprobaciones a Estado Límite de Servicio en las que sea necesaria, se considera un tercio central de cada vano como zonas con el hormigón fisurado.

4.7.1. Modelos de cálculo.

Esquema seccional y módulos de cálculo.

Acción	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
p.p est. metálica	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
p.p est. losa	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
carga muerta t=0	6.25	6.25	fis	6.25	6.25	6.25	fis	6.25	6.25	6.25	fis
carga muerta t=100	21	21	fis	21	21	21	fis	21	21	21	fis
cargas vivas	6.25	6.25	fis	6.25	6.25	6.25	fis	6.25	6.25	6.25	fis
acción térmica	6.25	6.25	fis	6.25	6.25	6.25	fis	6.25	6.25	6.25	fis
retr.	13.75	13.75	fis	13.75	13.75	13.75	fis	13.75	13.75	13.75	fis

Tabla 4.2: Secciones de cálculo

Valores del coeficiente de equivalencia, M=estructura metálica, fis=fisurada.

Se observa que deben de considerarse cuatro módulos de cálculo distintos:

- M1 \mapsto P.P. ESTRUCTURA METÁLICA + LOSA.
- M2 \mapsto C. MUERTA T=0 + TÉRMICO.
- M3 \mapsto C. MUERTA T=100.
- M4 \mapsto RETRACCIÓN.

Cálculo de los esfuerzos de retracción.

Para su cálculo se adoptan los criterios simplificados del Eurocódigo 4 EN-1994.2 los cuales consideran:

1. La losa sólo retrae donde esté comprimida.
2. En la zona fisurada no se considera la presencia del hormigón.

De modo que mediante la expresión 4.56 obtendremos los esfuerzos sobre el modelo de cálculo M4.

$$N = A_{cef} \cdot \epsilon_{ret} \left[\frac{Ec}{1 + 0.6\varphi} \right] = \varphi \cdot 1011.27166 \quad (4.56)$$

Axiles a los que se asocian momentos flectores debidos al brazo existente entre el eje de la losa y el centro de gravedad de la sección compuesta.

Obtenemos los siguientes resultados:

- $N_1 = 0.421 \cdot 1011.27166 = 425.745372t \rightarrow M_1 = N_1 \cdot (v' - 0.575) = 217.56tm$
- $N_2 = 0.421 \cdot 1011.27166 = 425.745372t \rightarrow M_1 = N_1 \cdot (v' - 0.575) = 206.4865tm$
- $N_3 = 0.66 \cdot 1011.27166 = 667.4393t \rightarrow M_1 = N_1 \cdot (v' - 0.575) = 279.657tm$
- $N_4 = 0.66 \cdot 1011.27166 = 667.4393t \rightarrow M_1 = N_1 \cdot (v' - 0.575) = 290.336tm$
- $N_5 = 0.2549 \cdot 1011.27166 = 257.7731t \rightarrow M_1 = N_1 \cdot (v' - 0.575) = 153.375tm$
- $N_6 = 0.421 \cdot 1011.27166 = 425.745372t \rightarrow M_1 = N_1 \cdot (v' - 0.575) = 219.26tm$
- $N_7 = 0.421 \cdot 1011.27166 = 425.745372t \rightarrow M_1 = N_1 \cdot (v' - 0.575) = 219.26tm$
- $N_8 = 0.935 \cdot 1011.27166 = 945.539t \rightarrow M_1 = N_1 \cdot (v' - 0.575) = 332.83tm$

Cálculo de la acción térmica.

El cálculo de los efectos térmicos, al igual que la retracción, se lleva a cabo con la consideración del fenómeno como una deformación diferencial entre losa y estructura metálica:

$$\Delta\epsilon = \pm\alpha \cdot \Delta T = \pm 10^{-5} \cdot 18^0 \quad (4.57)$$

Deformación que, una vez aplicada al modelo de cálculo M2, arroja los siguientes resultados en esfuerzos:

- $N_1 = \varphi \cdot 5.735 \cdot 0.35 \cdot 18E-05 \cdot 3.36E6 t = 511.0876t$
- $N_2 = 801.229968t$
- $N_3 = 309.444726t$
- $N_4 = 1135.07579t$
- $M_1 = N_1 \cdot (1.086 - 0.575) = 261.1657tm$
- $M_2 = N_1 \cdot (1.06 - 0.575) = 247.877tm$
- $M_3 = N_2 \cdot (0.994 - 0.575) = 335.715tm$
- $M_4 = N_2 \cdot (0.998 - 0.575) = 338.92tm$
- $M_5 = N_3 \cdot (1.01 - 0.575) = 134.6084tm$
- $M_6 = N_3 \cdot (1.17 - 0.575) = 184.1196tm$
- $M_7 = N_4 \cdot (0.994 - 0.575) = 335.715tm$
- $M_8 = N_5 \cdot (1.09 - 0.575) = 263.21tm$
- $M_9 = N_5 \cdot (1.09 - 0.575) = 263.21tm$
- $M_{10} = N_6 \cdot (0.927 - 0.575) = 399.5466tm$
- $M_{11} = N_6 \cdot (0.927 - 0.575) = 399.5466tm$

4.7.2. Verificación de los ELS.

Estados límites de deformaciones.

■ Determinación de la contraflecha:

Se determinará la contraflecha necesaria para que tras la aplicación de la carga permanente resulte una geometría acorde con la rasante inicialmente prevista en proyecto. Según las recomendaciones de la RPX [40], se define la rasante como un valor intermedio entre la flecha provocada por las acciones a tiempo $t=0$ y una parte de la variación de la flecha Δf_{dif} entre la situación inicial y final. Para la situación permanente en el vano central:

$$t = 0 \mapsto f_0 = 35.3mm + 14.67mm = 49.97mm \quad (4.58)$$

$$t = 100 \mapsto f_0 + \Delta f = 49.97mm + (15.55mm - 14.67mm) + \delta_{retr} = 50.85 + 0 = 50.85mm \quad (4.59)$$

De este mismo modo calculamos las flechas en los tres vanos característicos, valores resumidos en la siguiente tabla:

VANO	Vano 25m	Vano 30m	Vano 80m
Estruct.metálica + losa	6.25	6.91	35.3
Carga muerta t=0	2.35	2.97	14.67
Carga muerta t=100	2.28	3.27	15.55
Retracción	1.69	-2.54	0

Tabla 4.3: Flechas estáticas.

t=0	10.29	7.34	49.97
Carga muerta t=100	10.22	7.64	50.85
Contraflechas medias	10.255	7.49	50.41

Tabla 4.4: Contraflechas.

Contraflechas que comparando con los límites aconsejados en la RPX, [40]:

1. Para el vano de acceso de 25m:

$$\frac{L}{500} = \frac{25000}{1500} = 16.67mm > 10.255mm \quad (4.60)$$

2. Para el vano de acceso de 30m:

$$\frac{L}{500} = \frac{30000}{1500} = 20mm > 7.49mm \quad (4.61)$$

3. Para el vano central:

$$\frac{L}{500} = \frac{80000}{1500} = 54mm > 50.41mm \quad (4.62)$$

- Control de las flechas de la sobrecarga:

La flecha máxima en el vano central debido a las cargas vivas:

$$\delta_{carro} = 26.78mm \quad (4.63)$$

La combinación frecuente es el 50 % de la característica:

$$\delta_{FREC} = \frac{26.78}{2} = 13.39mm \quad (4.64)$$

Y debe cumplirse:

$$\delta_{FREC} < \frac{L}{1000} = \frac{80000}{1000} = 80 \quad (4.65)$$

Estado límite de deformaciones del alma.

Las recomendaciones de la RPX, [40], referentes al estado límite de deformaciones del alma limitan la esbeltez de las almas:

- Vano central $\rightarrow \frac{b}{t_w} \leq 240$
- Apoyo de vigas continuas $\rightarrow \frac{b}{t_w} \leq 160$

Proporciones que en la estructura de estudio y los casos más desfavorables de zona central y apoyo de vigas respectivamente:

- $$b = 2.6m; t = 0.015m; \frac{2.6}{0.015} = 173.33 \leq 240 \quad (4.66)$$

- $$b = 2.6m; t = 0.018m; \frac{2.6}{0.018} = 144.44 \leq 160 \quad (4.67)$$

En segundo lugar, deberemos analizar el estado tensional para la combinación permanente de las secciones críticas de la estructura. Para ello, y al tratarse de una estructura mixta, analizaremos dos estados tensionales en la estructura metálica: (I) Estructura metálica soportando el hormigón fresco y (II) Estructura homogeneizada sin el peso del hormigón.

Comenzando por la sección de apoyo P2:

\Rightarrow **I:**

$$Md_I = 5554.0911kNm; Vd_I = 1050.484kN$$

$$\sigma_{1.I} = \sigma_{2.I} \rightarrow \sigma_I = \frac{5554.0911}{1.2154E-01} \frac{kN}{m^2} = 45.68941 \frac{N}{mm^2} \quad (4.68)$$

\Rightarrow **II:**

$$M_{FREC} = -3170.2321(CP_{t=100}) - 0.5 \cdot 6425.4978(SC) - 534.79(RETR.) - 0.2 \cdot 1423.6591(\Delta T) = 7.203E + 03kNm \quad (4.69)$$

$$V_{FREC} = 0.5 \cdot 1216.716 + 585.378 + 88.303 + 129.17 = 1411.209kN \quad (4.70)$$

Además de un esfuerzo axil:

$$Retraccion \rightarrow 591.3477kN \quad (4.71)$$

$$Termicos \rightarrow -825.631kN \quad (4.72)$$

$$N = 591.3477 - 825.631 \cdot 0.2 = 426.22kN \quad (4.73)$$

Con ello, las tensiones:

$$\begin{aligned} \sigma_{1,II} &= -\frac{426.22 \cdot E + 3}{0.2 \cdot E + 6} + \frac{3170.2321 \cdot E + 6}{1.28 \cdot E + 8} + 0.5 \frac{6425.4978 \cdot E + 6}{1.25 \cdot E + 8} + \frac{534.79 \cdot E + 6}{1.27 \cdot E + 8} + \\ &+ 0.2 \cdot \frac{1423.6591 \cdot E + 6}{1.25 \cdot E + 8} = 54.83MPa \end{aligned} \quad (4.74)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2,II} &= \frac{426.22 \cdot E + 3}{0.2 \cdot E + 6} + \frac{3170.2321 \cdot E + 6}{1.47 \cdot E + 8} + 0.5 \frac{6425.4978 \cdot E + 6}{1.77 \cdot E + 8} + \frac{534.79 \cdot E + 6}{1.55 \cdot E + 8} + \\ &+ 0.2 \cdot \frac{1423.6591 \cdot E + 6}{1.77 \cdot E + 8} = 46.9MPa \end{aligned} \quad (4.75)$$

⇒ **TOTAL:**

- $\sigma_{TRACCION} = 45.68941 + 54.83 = 100.519 \text{ N/mm}^2$
- $\sigma_{COMPRESION} = 45.68941 + 46.9 = 92.589 \text{ N/mm}^2$

Cortante:

$$V_T = 1050.484 + 1411.209 = 2461.693kN \quad (4.76)$$

$$\tau = 0.5 \cdot \frac{2461.693E + 3}{2.57 \cdot 0.02E + 6} = 23.946N/mm^2 \quad (4.77)$$

Tensiones críticas de abolladura, sin rigidizadores longitudinales.

Según las tensiones previamente determinadas, se dan sendos valores de deformación en las fibras superior e inferior, respectivamente:

- $\epsilon_s = \frac{100.519}{E} = \frac{100.519}{210000} = 47.8 \text{ E-5}$
- $\epsilon_i = \frac{92.589}{210000} = 44.09 \text{ E-5}$

Valores que aplicados sobre la formulación de la norma EAE:

$$\beta = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_i} = -1.084 \quad (4.78)$$

$$k_\sigma = 5.98(1 + 1.084)^2 = 25.975 \quad (4.79)$$

$$\epsilon_{CR} = 0.9 \cdot k_\sigma \cdot \left(\frac{0.02}{2.57}\right)^2 = 0.001415773 \quad (4.80)$$

$$\sigma_{CR} = E \cdot \epsilon_{CR} = 297.3124 \text{ N/mm}^2 \quad (4.81)$$

$$\frac{a}{d} = \frac{4000}{2570} > 1 \rightarrow k_\tau = 5.34 + 4 \cdot \frac{1}{1.556^2} = 6.991 \quad (4.82)$$

$$\tau_{CR} = k_\tau \cdot \sigma_E = 6.991 \cdot 0.9 \cdot 210000 \cdot \left(\frac{0.03}{2.57}\right)^2 = 180 \text{ N/mm}^2 \quad (4.83)$$

Por lo tanto, la verificación tensional especificada en la RPX:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{CR}}\right) + \left(\frac{\tau}{\tau_{CR}}\right)^2 = \left(\frac{90.98041}{297.31}\right) + \left(\frac{23.946}{180}\right)^2 < 1 \quad (4.84)$$

Condición que se verifica sobradamente.

Estado límite de vibraciones.

Se considera, según la RPX, que las vibraciones son aceptables si se cumple:

$$y_e \leq \sqrt{f_0} \cdot \frac{L \cdot f_0 - 18}{2000 \cdot f_0^2} \quad (4.85)$$

Siendo:

- y_e = flecha estática en metros producida por una sobrecarga uniforme de 1 tm/m^2 centrada en el vano mayor, extendida en todo el ancho y en una longitud a .

$$a = \frac{9}{b} + 0.06L = \frac{9}{5.735} + 0.06 \cdot 80 = 6.3693 \text{ m} \quad (4.86)$$

- f_0 = frecuencia principal de vibración en Hz.

- $b = 5.735\text{m}$.
- $L = 80\text{m}$. Luz del vano mayor en m.

La determinación de la frecuencia f_0 y la flecha y_e se lleva a cabo sobre el modelo de cálculo en ELS para acciones instantáneas obteniendo $f_0=2.00236\text{Hz}$ y $y_e=5.04\text{mm}$.

$$y_e = 5.04 \leq \sqrt{2.00236} \cdot \frac{80 \cdot 2.00236 - 18}{2000 \cdot 2.00236^2} = 35.5\text{mm} \quad (4.87)$$

Estado límite de plastificaciones locales.

Calcularemos las secciones críticas sobre P1 y en el centro del vano central:

- **A:** Sección sobre pila.

$$\sigma_{TRACCION} = 102.129 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{COMPRESION} = 90.98041 \text{ N/mm}^2 \quad \tau = 23.946 \text{ N/mm}^2$$

Aplicando Von Mises:

$$\sigma_{CO} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = 110.23 \text{ N/mm}^2 \quad (4.88)$$

$$\sigma_{CO} \leq 0.7 \cdot f_y = 0.7 \cdot 355 = 266 \text{ N/mm}^2$$

⇒ **I:**

$$M_{CARACTERISTICA} = 5553.0911 \text{ kNm} \rightarrow \sigma = 45.6894 \text{ N/mm}^2.$$

$$V_{CARACTERISTICA} = 1050.484 \text{ kN}.$$

$$N_{CARACTERISTICA} = 591.3477 - 0.6 \cdot 825.631 = 95.9691 \text{ kN} \rightarrow \sigma = \frac{95.9691 \cdot E + 3}{2 \cdot E + 5} = 0.4798 \text{ N/mm}^2.$$

⇒ **II:**

$$M_{CARACTERISTICA} = -3170.2321 - 6425.4978 - 534.79 - 0.6 \cdot 1423.6591 = -10984.715 \text{ kNm}.$$

$$V_{CARACTERISTICA} = 1216.716 + 585.378 + 88.303 + 129.17 = 2019.567 \text{ kN}.$$

$$\begin{aligned} \sigma_{TRACCION} &= -0.4798 + \frac{3170.2321}{128} + \frac{6425.4978}{125} + \frac{534.79}{127} + \frac{0.6 \cdot 1423.6591}{125} = \\ &= 86.736 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (4.89)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{COMPRESION} &= 0.4798 + \frac{3170.2321}{147} + \frac{6425.4978}{177} + \frac{534.79}{155} + \frac{0.6 \cdot 1423.6591}{177} = \\ &= 66.62447 \text{ N/mm}^2 \end{aligned} \quad (4.90)$$

⇒ **TOTAL :**

$$\sigma_{TRACCION} = 86.736 + 45.6894 = 132.4254 \text{ N/mm}^2. \quad (4.91)$$

$$\sigma_{COMPRESION} = 66.62447 + 45.6894 = 112.314 \text{ N/mm}^2. \quad (4.92)$$

$$V_{TOTAL} = 1050.484 + 2019.567 = 3070.051 \text{ kN}.$$

$$\tau = \frac{3070.051}{2.57 \cdot 0.02E + 3} = 59.73 \text{ N/mm}^2 \quad (4.93)$$

$$\sigma_{CO} = \sqrt{(132.4254)^2 + 3 \cdot (59.73)^2} = 168.046 \leq 0.9 \cdot f_y. \quad (4.94)$$

■ **B :** Sección en clave del vano central.

⇒ **I :**

$$M_{FREC} = 2102.405 \text{ kNm}.$$

$$V_{FREC} = 218.826 \text{ kN}.$$

$$\sigma = \frac{2102.405}{7.92E-2} \text{ kN/m}^2 = 26.3445 \text{ N/mm}^2$$

⇒ **II :**

$$M_{FREC} = 1105.2443 + 0.5 \cdot 2982.921 + 0 + 0.2 \cdot 0 = 2596.34 \text{ kNm}.$$

$$V_{FREC} = 0.5 \cdot 395.815 + 238.3556 + 319.13 = 755.3931 \text{ kN}.$$

$$N_{FREC} = 0$$

$$\sigma_{TRACCION} = \frac{1105.2443}{7.92E-2} + 0.5 \cdot \frac{2982.921}{1.96E-1} \text{ kN/m}^2 = 21.56459 \text{ N/mm}^2 \quad (4.95)$$

$$\sigma_{COMPRESION} = \frac{1105.2443}{7.92E-2} + 0.5 \cdot \frac{2982.921}{8.57E-2} \text{ kN/m}^2 = 31.358 \text{ N/mm}^2 \quad (4.96)$$

⇒ **TOTAL :**

$$\sigma_{TRACCION} = 26.345 + 21.56459 = 47.90959 \text{ N/mm}^2. \quad (4.97)$$

$$\sigma_{COMPRESION} = 26.345 + 31.358 = 57.703 \text{ N/mm}^2. \quad (4.98)$$

$$V_{TOTAL} = 755.3931 + 218.826 = 974.2191 \text{ kN}.$$

$$\tau = 0.5 \cdot \frac{974.2191}{2.57 \cdot 0.015E + 3} = 12.6358 \text{ N/mm}^2 \quad (4.99)$$

$$\sigma_{TRACCION} = 47.90959 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{COMPRESION} = 57.703 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau = 12.6358 \text{ N/mm}^2$$

Aplicando Von Mises:

$$\sigma_{CO} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} = 61.714 \text{ N/mm}^2 \quad (4.100)$$

$$\sigma_{CO} \leq 0.7 \cdot f_y$$

$$M_{CARACTERISTICA} = 2102.495 + 1105.2443 + 2982.1921 = 6189.8412 \text{ kNm}$$

$$V_{CARACTERISTICA} = 218.826 + 395.815 + 9.8 \cdot 21.322 + 319.13 = 1172.1266 \text{ kN.}$$

$$N_{CARACTERISTICA} = 0$$

$$\sigma_{TRACCION} = \frac{2102.405}{7.92E-2} + \frac{1105.2443}{7.92E-2} + \frac{2982.1921}{1.96E-1} \text{ kN/m}^2 = 55.715 \text{ N/mm}^2 \quad (4.101)$$

$$\sigma_{COMPRESION} = \frac{2102.405}{7.92E-2} + \frac{1105.2443}{7.92E-2} + \frac{2982.192}{8.57E-2} \text{ kN/m}^2 = 75.2986 \text{ N/mm}^2 \quad (4.102)$$

$$\tau = \frac{1172.1266 \cdot 0.5}{2.57 \cdot 0.015E + 3} = 15.2026 \text{ N/mm}^2 \quad (4.103)$$

$$\sigma_{CO} = \sqrt{(75.2986)^2 + 3 \cdot (15.2026)^2} = 79.7699 \text{ N/mm}^2 \quad (4.104)$$

Estado límite de fisuración.

Para ello, aplicaremos la metodología recogida en la RPX. Según dichas recomendaciones, la cuantía mínima de armadura a disponer:

$$A_{min} \geq 0.1 \cdot f_{ck} \cdot K_c \cdot \frac{Ac}{\sigma_s} \quad (4.105)$$

$$K_c = \frac{1}{1 + \frac{h_c}{2 \cdot z_n}} = \frac{1}{1 + \frac{0.35}{2 \cdot (1.07 - 0.575)}} = 0.7388 \quad (4.106)$$

- z_n =distancia entre el c.d.g de la losa y la sección homogeneizada a t=0.
- $Ac=0.35 \cdot 5.735 \cdot 0.2549 = 0.51164 \text{ m}^2$.
- $\sigma_s=320 \text{ N/mm}^2$.

Con lo cual: $A_{min} \geq 3.524E-3 \text{ m}^2$.

Disponiendo dos capas de ϕ 10 a 20cm:

$$A = \frac{2 \cdot \pi \cdot (\frac{10}{2})^2}{20} \frac{\text{mm}^2}{\text{mm}} = 7.854 \text{ mm}^2/\text{mm} \quad (4.107)$$

A_{min} dispuesto en $5.735 \cdot 0.2549 = 1.46185m$, supone una cuantía de:

$$3.524/1.46185=2.412mm^2/mm < 7.854 mm^2/mm.$$

Por otro lado, la separación máxima entre dichas armaduras depende, según el cuadro 56.3 de la RPX, de la tensión real en las armaduras para la combinación cuasipermanente de acciones:

$$\sigma = \sigma_{s,0} + \frac{fck \cdot Ac}{25 \cdot As \cdot \alpha} \quad (4.108)$$

$\sigma_{s,0} \rightarrow$ Tensión de la armadura considerada la sección fisurada para la combinación cuasipermanente.

- A tiempo inicial: $M=3212.8932 + 0.2 \cdot 6425.9978 + 0.2 \cdot 1423.6591 = 4782.82$ kNm. $N=-0.2 \cdot 825.631(losa) + 0.2 \cdot 825.631(mixta)$
- A 100años: $M=3170.2321 + 0.2 \cdot 6425.9978 + 534.79 \cdot 0.8 + 0.2 \cdot 1423.6591 = 9981.10548$ kNm. $N=0 -0.2 \cdot 825.631(losa) + 0.2 \cdot 825.631(mixta)$

La situación más desfavorable es la de 100 años. Aplicado a la capa superior:

$$\sigma_{so} = \sigma_{soMOMENTO} + \sigma_{soAXIL} \quad (4.109)$$

$$\sigma_{soMOMENTO} = \frac{9981.10548 \cdot 0.59}{1.58E + 2} = 37.2712 \frac{N}{mm^2} \quad (4.110)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{soAXIL} &= \frac{-0.2 \cdot 825.631}{As_{losa}} + \frac{0.2 \cdot 825.631}{A_{mixta}} = \frac{-0.2 \cdot 825.631}{\frac{0.2549 \cdot 5.735 \cdot 7.854}{1000}} + \\ &+ \frac{0.2 \cdot 825.631}{0.204} kN/m^2 = -13.57 N/mm^2 \end{aligned} \quad (4.111)$$

$$\sigma_{so} = 37.2712 - 13.57 = 23.7012 N/mm^2 \quad (4.112)$$

- $Ac=5.735 \cdot 0.35 \cdot 0.2549 = 0.51165 m^2$.
- $fck=30 N/mm^2$.
- $As=7.854 \frac{mm^2}{mm} \cdot 5.735E+3 \cdot 0.2549 = 11481.38 mm^2$.

$$\alpha = \frac{I \cdot A}{Ia \cdot Aa} = \frac{0.162 \cdot 0.204}{0.158 \cdot 0.2} = 1.0458 \quad (4.113)$$

$$\sigma_s = 23.7012 + \frac{30 \cdot 0.511665}{25 \cdot 11481.38 \cdot 1.0458} \cdot 10^6 = 74.835 \frac{N}{mm^2}. \quad (4.114)$$

Tensión sobradamente absorbida por las armaduras dispuestas.

CAPÍTULO 5

Análisis dinámico

5.1. Modelo de cálculo.

5.1.1. Descripción del modelo 2D.

Para la modelización de la estructura bidimensional a efectos dinámicos, se consideran secciones de acero S355 homogeneizadas completas sin aplicar anchos eficaces, del mismo modo, tampoco se estudiarán secciones fisuradas pues a efectos dinámicos, tal y como se puede comprobar en referencias como [41], las secciones de elementos de hormigón armado trabajan a sección completa según un comportamiento elástico lineal. Por ello, se definen siete secciones de características mecánicas mostradas en el apéndice B. Para dotar de inercia a las secciones en el eje más fuerte se ha considerado la inclinación de 8 grados, que posteriormente se aplicará en el modelo tridimensional, mediante el giro del tensor de inercia. Notar que para la homogeneización del hormigón se aplica un módulo elástico dinámico tangente para acciones de corta duración, como el caso del paso de trenes, de 35 Mpa.

Para tener en cuenta la aportación resistente de la chapa grecada, se ha considerado un modelo comercial con un área lineal de $1411.8 \text{ mm}^2/\text{m}$ y una inercia de $111.1 \text{ cm}^4/\text{m}$. Con ello, se obtiene un incremento de 2 % en la respuesta de la losa ante efectos de membrana y un 5 % para la respuesta a flexión, como se tendrá en cuenta más adelante en la definición de las placas de losa, y que en el modelo bidimensional se traduce en la consideración de un canto de losa resultante de 35.5110 cm.

Las péndolas se modelizan mediante elementos tipo viga sin mallar para que no aparezcan modos ficticios, dado que SAP2000 trabaja con modelos de masa concentrada. Por otra parte, mediante barras rígidas, se modelizará el punto de conexión exacto así como se aplicará un coeficiente reductor de área transversal igual a $\cos(18^\circ)$ para compensar la menor longitud de estos frente a los tirantes reales, inclinados 18 grados hacia la vía. No obstante, posteriormente, para la consideración de masas en el cálculo modal, se aplicará un coeficiente de mayoración de 1.0572 en el peso propio de los tirantes, coeficiente obtenido a través del cociente entre la suma de reacciones generadas por el peso propio de los tirantes en el modelo tridimensional y las generadas por estos en el modelo plano.

El arco se modeliza mediante elementos tipo viga de sección variable según las secciones homogeneizadas a acero e indicadas en las figuras 4.5 y 4.6. Para tener en cuenta el mayor peso del arco real, dado que éste presenta una inclinación de 18º hacia la vía y el modelo plano únicamente trabaja con su proyección horizontal, se considerará un factor multiplicador de carga de peso propio de arco de valor 1.1239, obtenido como cociente entre la suma total de reacciones generadas por el arco tridimensional y el arco en el modelo plano.

Por otra parte, para una determinación realista del comportamiento estructural en términos de flecha, respecto al modelo tridimensional, se definirán secciones de Timoshenko cuyo cálculo de áreas de cortante se desarrollará mediante experimentación numérica mediante comparación de los elementos viga con su modelización según elementos placa tal y como se indica en la figura 5.1:

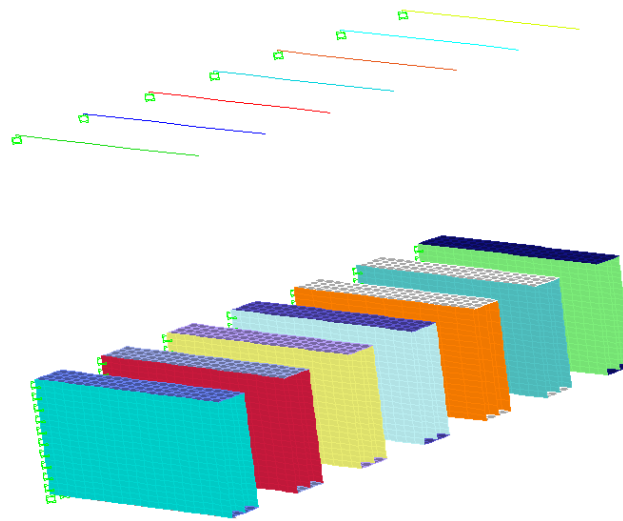


Figura 5.1: Determinación de áreas de cortante mediante simulación numérica por comparación, en términos de flechas, entre elementos tipo barra y elementos tipo shell.

Con ello, se obtienen unas áreas a cortante contenidas en la tabla siguiente:

Sección 1:	0.0354 m ²
Sección 2:	0.0354 m ²
Sección 3:	0.0568 m ²
Sección 4:	0.0418 m ²
Sección 5:	0.0413 m ²
Sección 6:	0.0415 m ²
Sección 7:	0.047 m ²

Tabla 5.1: Áreas de cortante.

Resultando el modelo estructural siguiente:

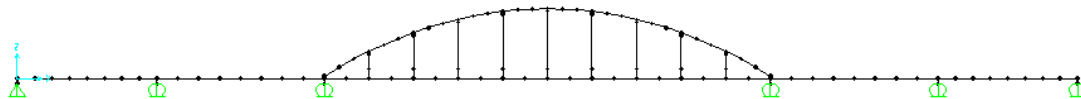


Figura 5.2: Modelo de cálculo bidimensional.

Se ha tenido en cuenta el punto de giro real de las secciones, los apoyos de las vigas en pila, mediante barras rígidas que tienen en cuenta su excentricidad respecto al centro de gravedad de la sección homogeneizada, tanto en apoyos como en el arco.

En cuanto al mallado por elementos finitos, tras un proceso de refinado del mismo, teniendo en cuenta la guitarra de predimensionamiento propuesta, se consiguió una solución convergente con el siguiente mallado por vanos:

Vano	Número de elementos	Longitud
Vano 25m:	8	3.125m
Vano 30m:	8	3.750m
Vano 80m:	20	4m

Tabla 5.2: Tamaño del mallado de elementos finitos por vanos. Modelo bidimensional.

En cuanto al arco, éste se modeliza mediante 30 elementos rectos de sección constante, obtenidos discretizando la variación lineal de área entre la secciones de tablero y clave en el mismo.

5.1.2. Descripción del modelo 3D.

Para este segundo modelo se consideran las vigas laterales inclinadas 8 grados hacia la vía, mediante elementos tipo Shell. El arco se modeliza mediante los mismos elementos tipo barra del modelo bidimensional, teniendo en cuenta una inclinación de 18 grados de los mismos así como 8 arriostramientos tubulares de 800mm de diámetro y un espesor de chapa de 20mm dimensionados a estado límite último de inestabilidad por pandeo. En cuanto a la losa, ésta se modeliza mediante elementos tipo shell apoyados sobre vigas laterales de reparto a través de pernos rígidos que tienen en cuenta la excentricidad de los centros de gravedad de ambos, de modo que la placa se localice en la cota proyectada. Estas vigas laterales, de sección variable tal y como se indica en la figura 4.12, se modelizan discretamente mediante elementos tipo barra debido a su misión principal de reparto en flexión, con ello, se modelizan estas vigas mediante tres tramos discretos, de secciones dadas en la figura 4.12, y de longitudes 2.414m, 6.750m y 2.414m. Estas vigas transversales se dispondrán cada 3.13m en el vano de 25m, cada 3.75m en el vano de 30m y, finalmente, cada 4m en el vano central. Por otra parte, como ya se anunciaba en el modelo anterior, la chapa grecada se ha tenido

en cuenta en las propiedades mecánicas de las placas de losa como un incremento del 2% en la rigidez a membrana y un 5% a flexión en la dirección longitudinal, a razón del área e inercia de la misma así como su disposición geométrica. También se ha tenido en cuenta una reducción de la masa de la losa. Finalmente, se consideran rigidizadores de acero en la unión de las vigas laterales con las vigas de reparto transversal en los vanos de acompañamiento así como bajo péndolas y entre péndolas para el vano arco-atirantado. Del mismo modo se rigidizará los encuentros arco-tablero mediante placas rigidizadoras horizontales entre dos rigidizadores contiguos para modelizar dicho nudo, evitando así modos ficticios del arco en su encuentro con el tablero.

Con todo lo anterior resulta el modelo de cálculo representado en las figuras 5.3 y 5.4:

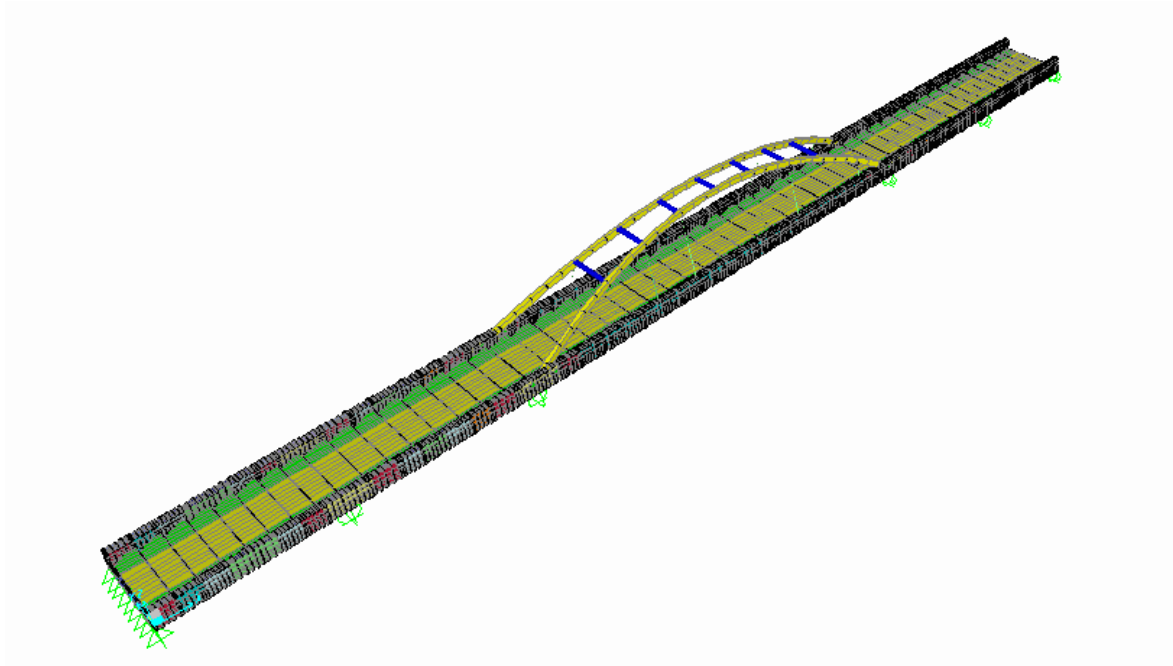


Figura 5.3: Modelo de cálculo tridimensional, diseño inicial.

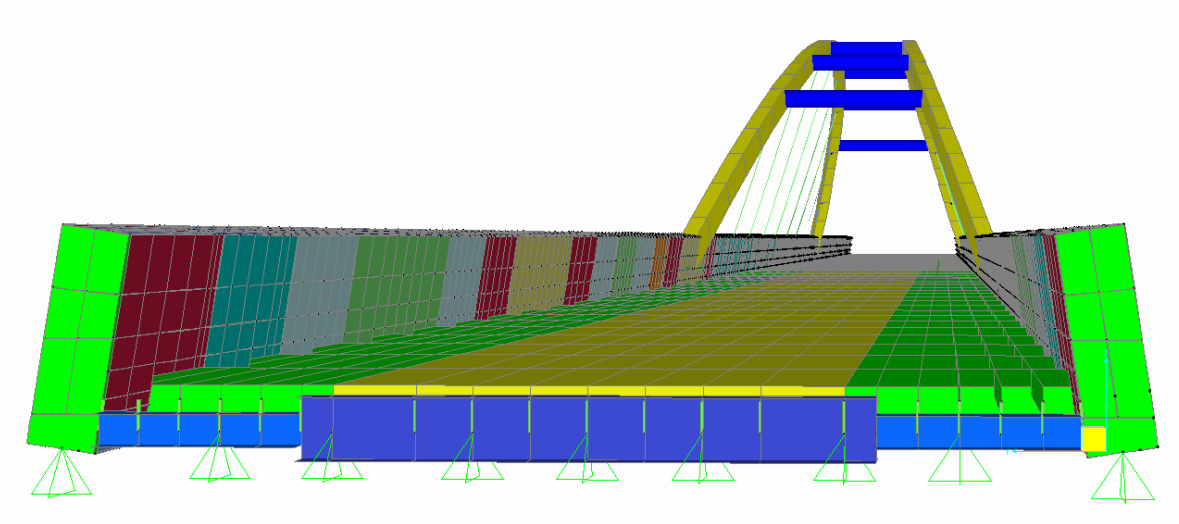


Figura 5.4: Modelo de cálculo tridimensional, detalle de vigas laterales y unión con losa para el diseño inicial.

5.2. Validación de los modelos

Una vez desarrollados los modelos bidimensional y tridimensional, se procede a la validación de ambos, el primero mediante fórmulas analíticas y el segundo en términos de flechas y frecuencias fundamentales, mediante la comparación con el modelo plano.

5.2.1. Validación del modelo plano mediante fórmulas analíticas.

Modelo analítico

Para ello comprobaremos un tramo isostático de 50m e inercia constante de valor $0.171m^4$ y modulo de Young $E=210.000\text{ N/mm}^2$. Como cargas consideraremos las siguientes:

1. Cargas muertas: 36.62 kN/m.
2. Peso de estructura metálica: 12.67 kN/m.
3. Peso de rigidización: 4.60 kN/m.
4. Peso de losa: 50.18 kN/m.

Sistema de cargas que se definen según una masa por unidad de longitud de 10.92 t/m.

Según las expresiones de frecuencias naturales para este esquema estructural, según se indica en la norma IAPF [1]:

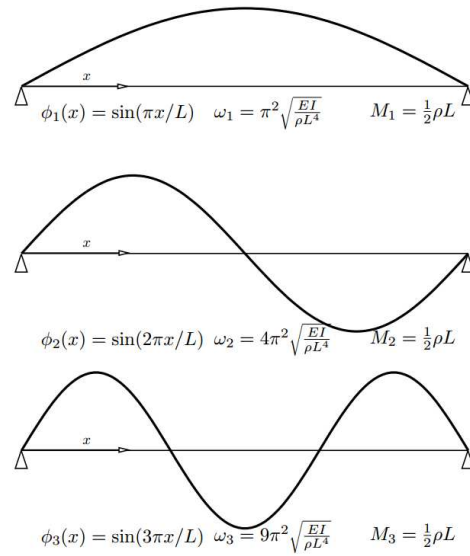


Figura 5.5: Modos fundamentales de una viga isostática.

Expresiones que para estos primeros tres modos se obtienen los valores:

- $w_1=1.1393$ Hz.
- $w_2=4.5571$ Hz.
- $w_3=10.253$ Hz.

Modelo de elementos finitos en SAP2000

Se define un vano isostático de inercia constante, igual a la anterior indicada, según un modelo de Euler-Bernouilli con área a cortante nula. El mallado se define mediante 50 elementos de un metro de longitud para representar adecuadamente la masa puesto que el software SAP2000 opera mediante modelos de masa concentrada. Con ello, y mediante la aplicación de masa lineal indicada arriba, obtenemos los siguientes valores de frecuencias naturales:

- $w_1=1.1391$ rad/s.
- $w_2=4.5564$ rad/s.
- $w_3=10.252$ rad/s.

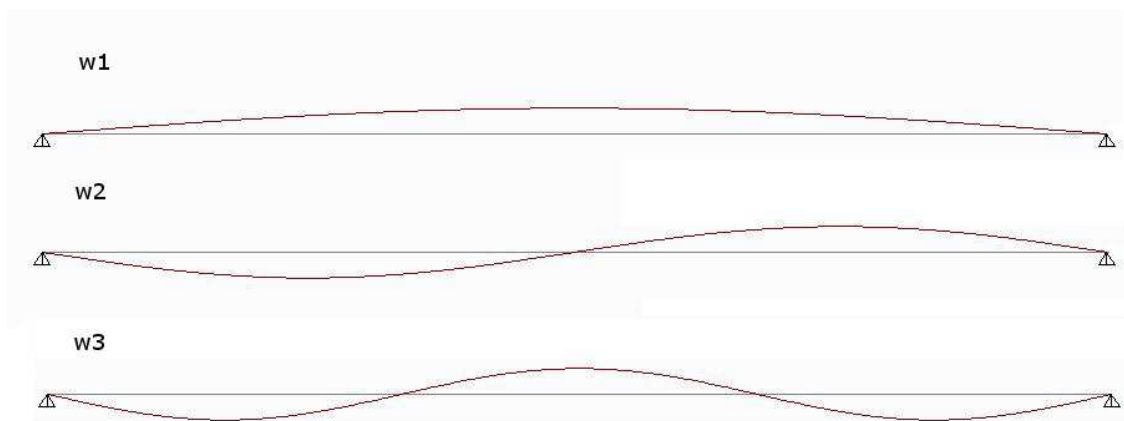


Figura 5.6: Modos de vibración teóricos para viga isostática.

Diferencias asumibles con el modelo analítico dada la aproximación inherente a la discretización espacial propia del modelo de elementos finitos.

5.2.2. Validación del modelo tridimensional.

En una primera validación se comparan ambos modelos en términos de flechas estáticas y frecuencias propias, obteniendo resultados satisfactorios:

Punto	2D	3D
Centro de vano central	-0.039313	-0.039975
Centro vano 25m	-0.006989	-0.007047
Centro vano 30m	-0.008111	-0.008482

Tabla 5.3: Validación de flechas estáticas (m), modelo bidimensional y tridimensional para el diseño original.

Modo	2D	3D
Flexión asimétrica vano central	2.1413	2.1824
Flexión simétrica vano central	2.5463	2.8037
Flexión vano 25m	3.4132	3.5415

Tabla 5.4: Validación por modos naturales fundamentales (Hz), modelo bidimensional y tridimensional para el diseño original.

En frecuencias vemos que en algunos modos la comparativa se empeora. Esto se atribuye a la difícil modelización de la inclinación del arco así como su comportamiento tridimensional, puesto que en el modelo bidimensional solo se tiene en cuenta la proyección horizontal del mismo.

5.3. Análisis del paso de carga móvil.

5.3.1. Planteamiento.

Para el análisis del paso de trenes por ambos modelos se parte de un análisis modal de ambos, mediante el software SAP2000. Posteriormente se trabaja con las frecuencias por debajo de los 30Hz, según prescribe la norma IAPF como frecuencia límite para la desconsolidación del balasto. Con ello, se trabajará para el modelo plano con los 26 primeros modos naturales de vibración, y con 587 modos en el modelo tridimensional. La línea de carga se define por los 53 puntos que conforman la vía sobre la losa, según el mallado realizado.

Por otra parte, dada la gran flexibilidad que podría presentar el arco, se planteó en el modelo bidimensional, la posible influencia de los efectos de segundo orden P-Delta, para lo cual, se comparan las frecuencias naturales obtenidas mediante un análisis lineal con un análisis en segundo orden obteniendo los siguientes resultados (para hipótesis de balasto nominal):

Modos fundamentales	Análisis lineal	$P\Delta$	Diferencia
1	2.1202	2.1204	-2E-4
2	2.7176	2.7208	-3.2E-3
3	3.4328	3.4327	1E-04
4	4.0467	4.0461	6E-4
5	4.472	4.4716	4E-4
6	5.0285	5.0292	-7E-4
7	6.1552	6.1553	-1E-4
8	6.4866	6.487	-4E-4
9	7.9298	7.9356	-5.8E-3
10	11.495	11.501	-6E-3
11	11.629	11.63	-1E-3
12	13.339	13.29	4.9E-2
13	14.196	14.198	-2E-3
14	14.664	14.664	0E+0
15	15.031	14.947	8.4E-2
16	16.633	16.641	-8E-3
17	17.547	17.548	-1E-3
18	17.746	17.746	0E+0
19	18.737	18.619	1.183-1
20	19.029	19.009	2E-2
21	21.484	21.428	5.6E-2
22	22.925	22.895	3E-2
23	25.573	25.529	4.4E-2
24	27.124	27.039	8.5E-2
25	29.282	29.217	6.5E-2
26	29.904	29.874	3E-2

Tabla 5.5: Modos fundamentales de vibración lineales y de segundo orden, modelo bidimensional del diseño inicial.

Diferencias asumibles en el modelo por lo que continuamos con un análisis lineal.

En cuanto a los puntos de postproceso son, para el modelo bidimensional, los puntos de centro y cuarto de vano, en total 15 puntos. Para el modelo tridimensional, a estos 15 puntos sobre la misma línea de carga, se le añaden los mismos puntos sobre el borde de la cama de balasto, con el fin de captar los modos de torsión. Toda esta información queda esquematizada en la figura 5.7, para el modelo tridimensional (No se incluye el equivalente para el modelo bidimensional pues sería la misma quedándose únicamente con los puntos sobre la línea de carga central).

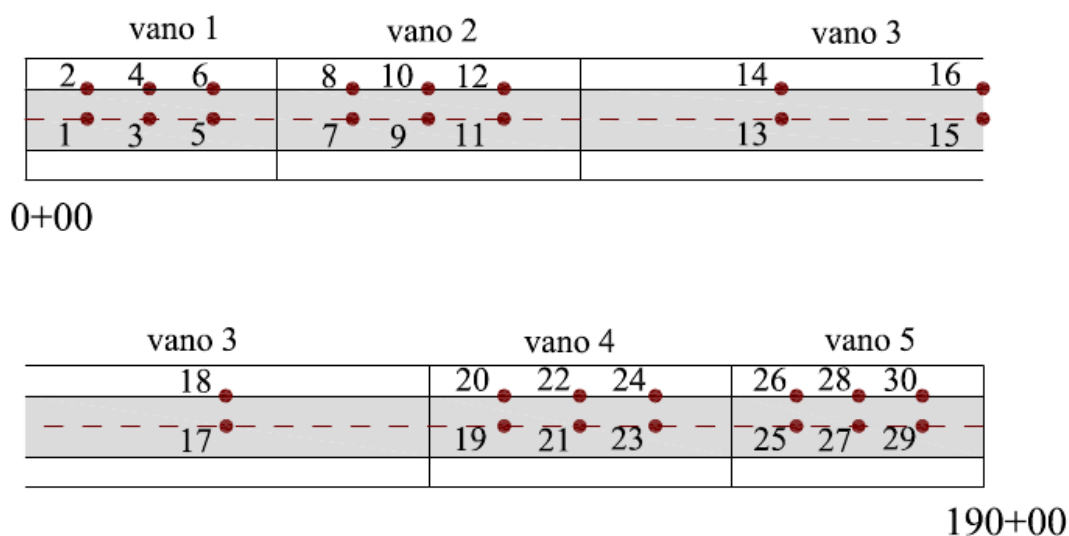


Figura 5.7: Puntos de postproceso para el modelo tridimensional.

El barrido de trenes se hace según indica la norma IAPF, realizando el paso de los diez trenes universales de la serie HSML así como dos trenes reales, el AVE y el TALGO, de características adjuntas en el apéndice C.

Para el amortiguamiento se opta por un valor de factor de amortiguamiento para todos los modos de valor 0.5 %, como indica la instrucción IAPF para este tipo de estructuras, no obstante, en análisis posteriores se analizará la sensibilidad de la respuesta ante la variación de este parámetro.

El paso de velocidades se realiza, como prescribe la norma IAPF, desde 20km/h hasta $1.2 \cdot V_{\text{máx}} = 1.2 \cdot 220 = 264$ km/h. Este tipo de estructuras se entienden en pasos cercanos a estaciones, dadas las estrictas limitaciones de gálibo que dan la razón de ser a esta tipología, por ello se justifica la limitación de velocidad a 220 km/h.

En cuanto al paso de velocidades, se realizará cada km/h, a diferencia de la norma que indica un máximo de 10km/h, y como aconseja el Eurocódigo 1. La razón de este paso es que se considera que la respuesta dinámica en este rango de velocidades no se puede captar bien con saltos tan grandes.

En cuanto a la frecuencia de muestreo, se opta por paso un paso de tiempo de evaluación de la señal de un décimo del período menor de vibración, en el caso bidimensional $T_{26} = 1/29.904$, que supone un $\Delta t = 3.344$ ms, y en el tridimensional $T_{587} = 1/29.986$ s, que supone un $\Delta t = 3.335$ ms.

En último lugar, se define un tiempo de estudio tras el paso del tren por la estructura de 10 veces el período mayor, para registrar posibles fenómenos resonantes que pudieran

darse tras el paso de las cargas. Períodos que para el modelo bidimensional y tridimensional corresponden respectivamente a 1/2.1202s y 1/1.8494s.

5.3.2. *Envolvente de aceleraciones.*

El barrido antes indicado se realiza para hipótesis de balasto nominal, aumentado un 30 % y disminuido un 30 %, tal y como se indica en la norma IAPF.

Los datos de envolventes en aceleraciones máximas se resumen en la tabla siguiente, y se adjuntan en las gráficas 5.8,5.9,5.10,5.11,5.12 y 5.13, su distribución por velocidades, para los puntos donde se dan estos picos de aceleración.

Modelo	Acel. máxima (m/s ²)	Punto	Tren-velocidad de paso (km/h)
2D-Balasto nominal	5.084	Centro de vano central	Tren2-243
2D-Balasto +30 %	4.600	Cuarto de vano central	Tren2-237
2D-Balasto -30 %	5.417	Cuarto de vano central	Tren2-250
3D-Balasto nominal	7.773	Cuarto de vano 25m	Tren1-264
3D-Balasto +30 %	7.523	Centro de vano 25m	Tren1-264
3D-Balasto -30 %	7.934	Centro de vano 30m	Tren3-263

Tabla 5.6: Aceleraciones envolventes, en modelos bidimensional y tridimensional del diseño original, para las tres hipótesis de balasto.

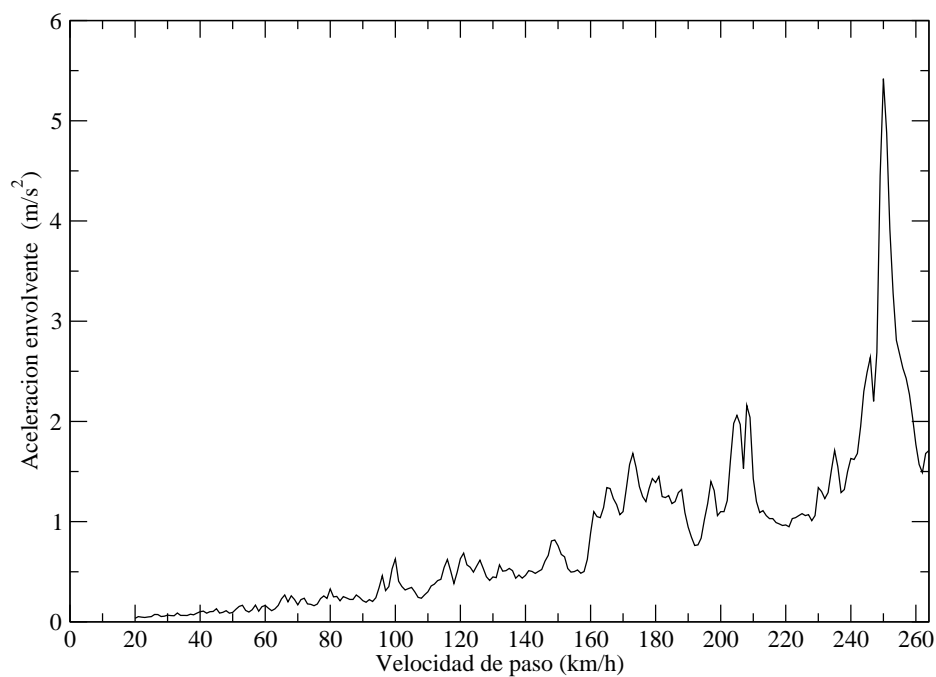


Figura 5.8: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 13, modelo 2D para hipótesis de balasto disminuido.

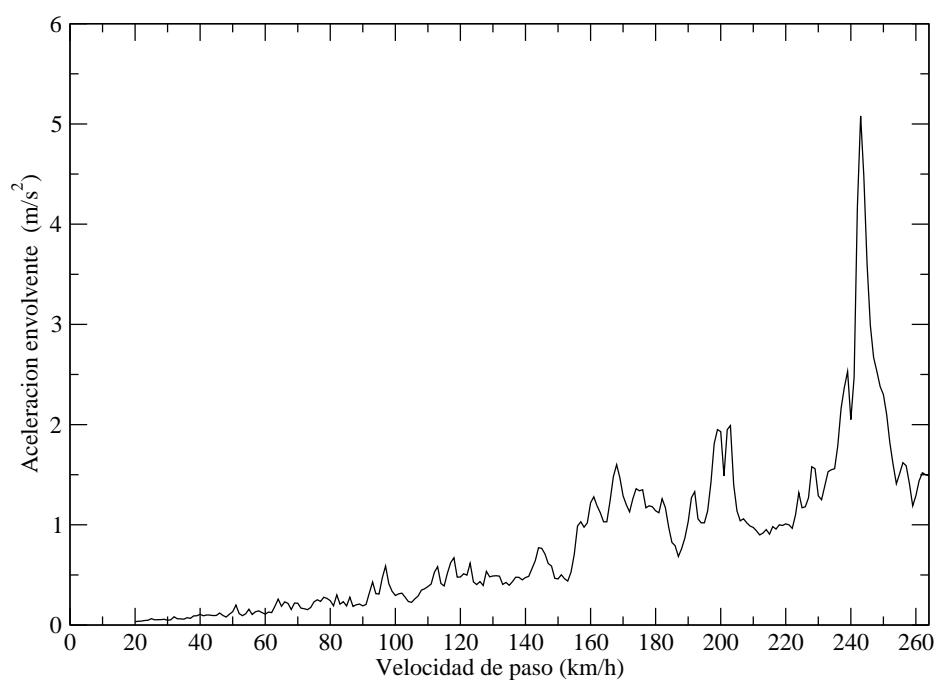


Figura 5.9: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 13, modelo 2D para hipótesis nominal de balasto.

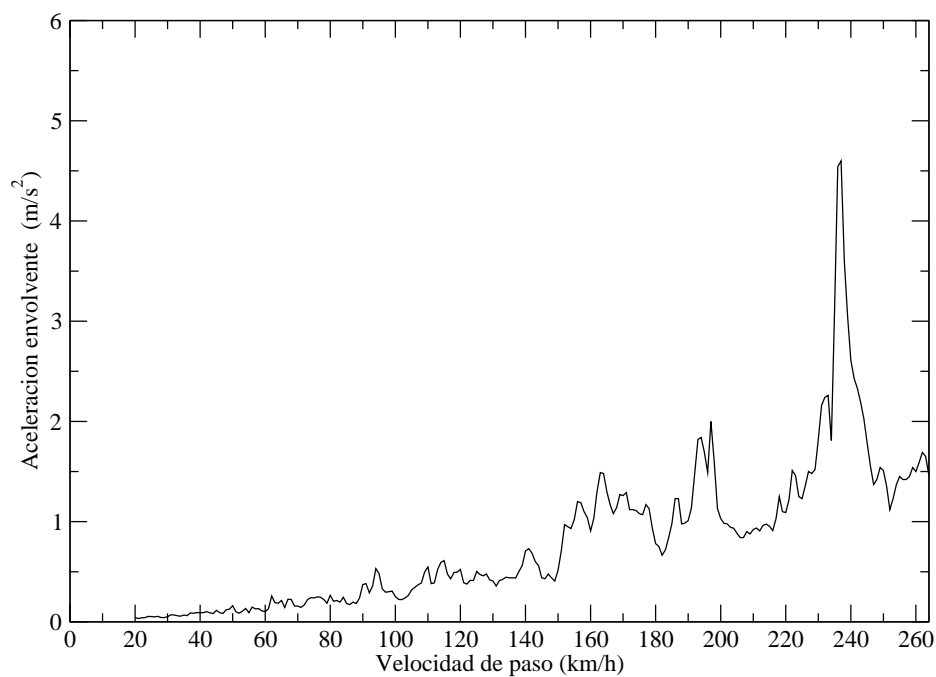


Figura 5.10: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 13, modelo 2D para hipótesis de balasto aumentado.

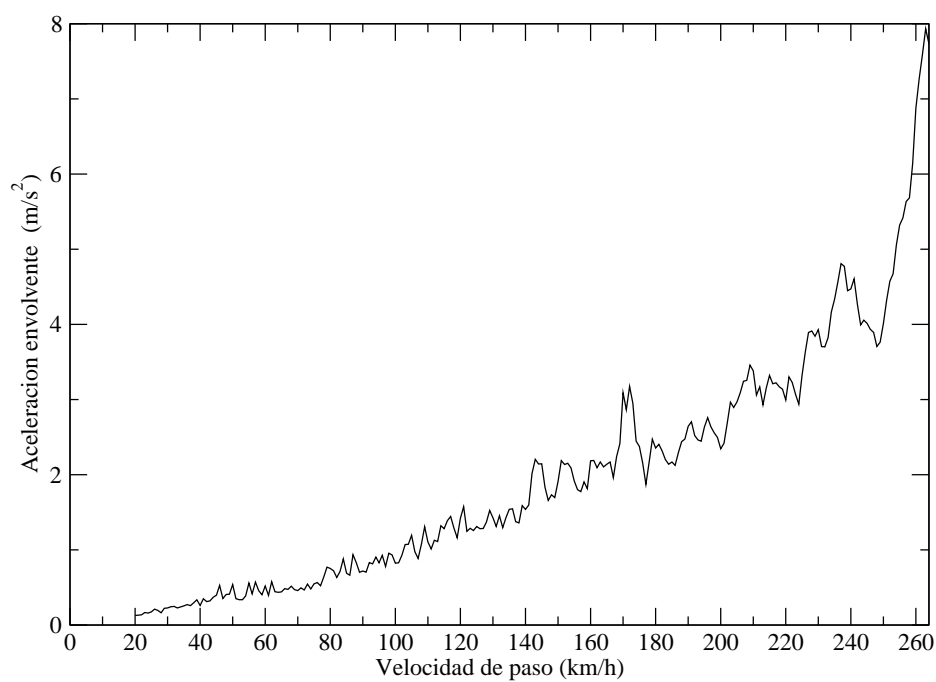


Figura 5.11: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 21, modelo 3D para hipótesis de balasto disminuido

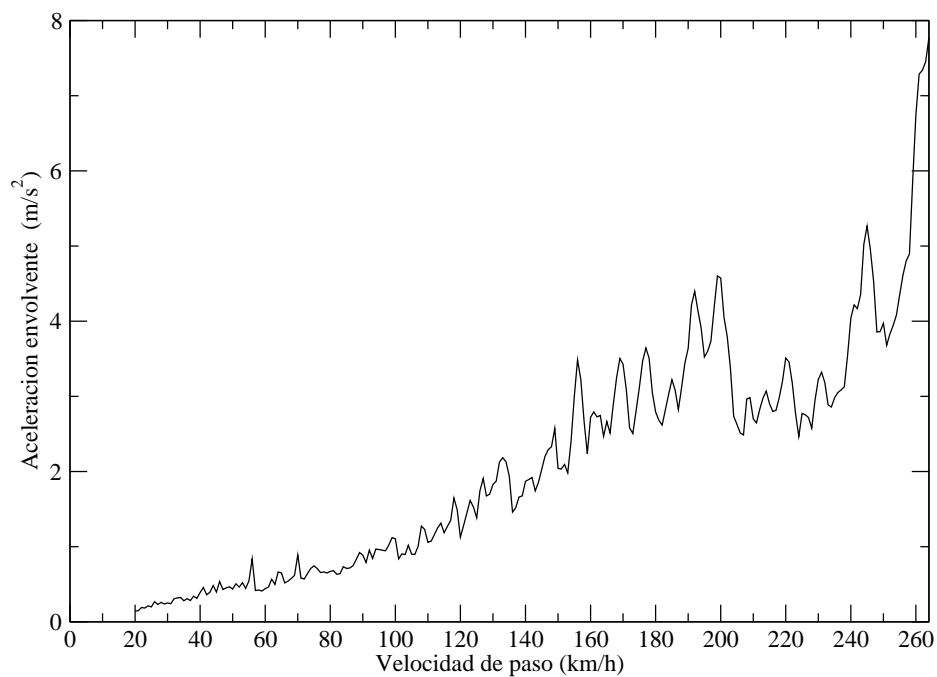


Figura 5.12: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 29, modelo 3D para hipótesis de balasto nominal.

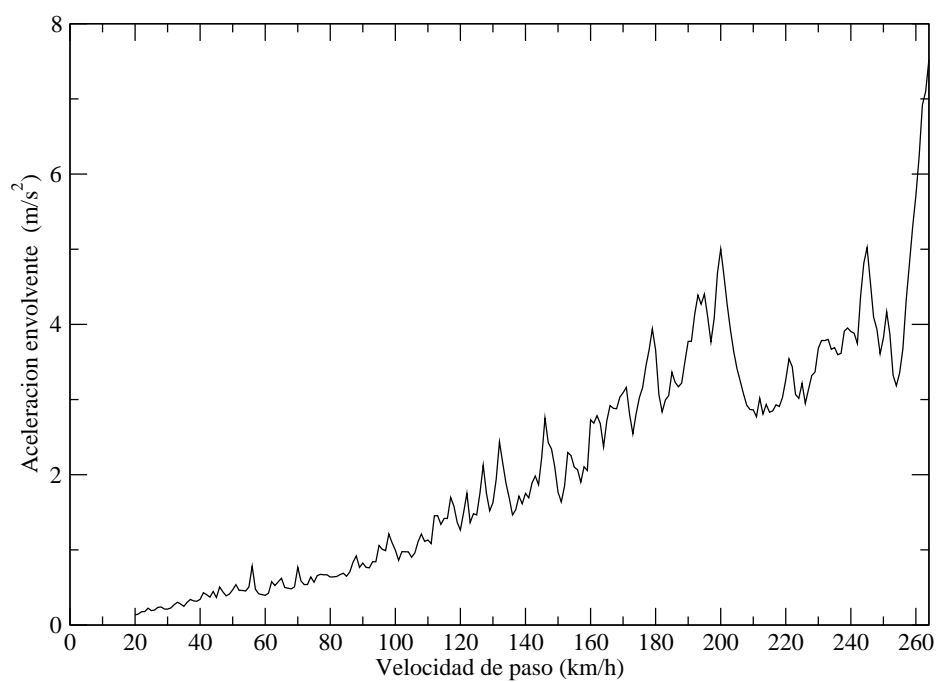


Figura 5.13: Envolvente de aceleraciones en punto de postproceso 27, modelo 3D para hipótesis de balasto aumentado.

En general se observan diferencias sustanciales, registrándose una menor aceleración en el modelo bidimensional. Esta diferencia se atribuye a las flexiones locales que experimentan las vigas laterales dispuestas en el modelo tridimensional, las cuales no fueron tenidas en cuenta en el primero, así como el comportamiento tridimensional del arco debido a su inclinación real.

También cabe señalar, que en las gráficas mostradas, 5.8, 5.9, 5.10, 5.11, 5.12 y 5.13, se obtienen envolventes con picos de aceleración desarrollados en pequeños rangos de velocidad. Estos picos son registrados gracias al paso velocidad de 1 en 1 en km/h, como establece el Eurocódigo, y de haber seguido la recomendación de la normativa no hubieran sido registrados. De este modo, como ya se anunciaba en el desarrollo de la solución semianalítica al paso de cargas, la metodología para la solución del problema del paso de cargas aventaja en precisión a los métodos clásicos paso a paso, al permitir estos pasos de velocidad tan reducidos en tiempos de cálculo razonables.

5.3.3. Composición de aceleraciones por trenes.

Previo a realizar un estudio de la resonancia, parece razonable analizar la contribución de los distintos trenes de carga a los que se les somete a las estructuras con el fin de conocer sobre qué trenes podría ser interesante trabajar con el fin de limitar estos picos de acele-

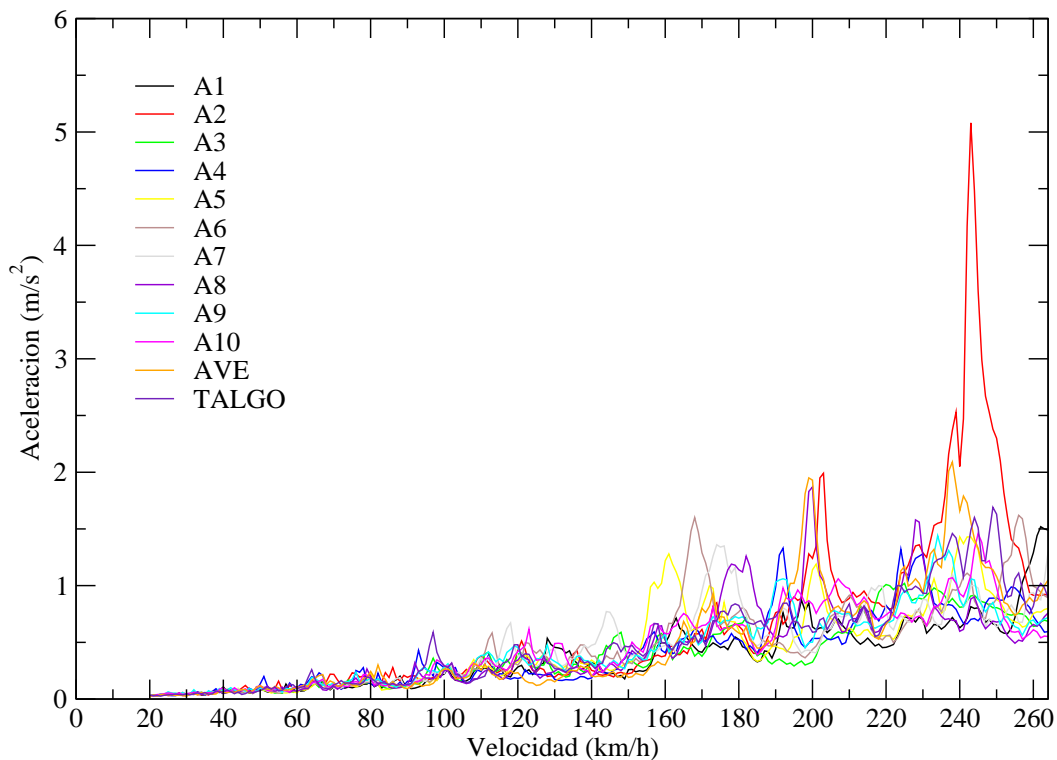


Figura 5.14: Composición por trenes en punto de postproceso 13, modelo bidimensional.

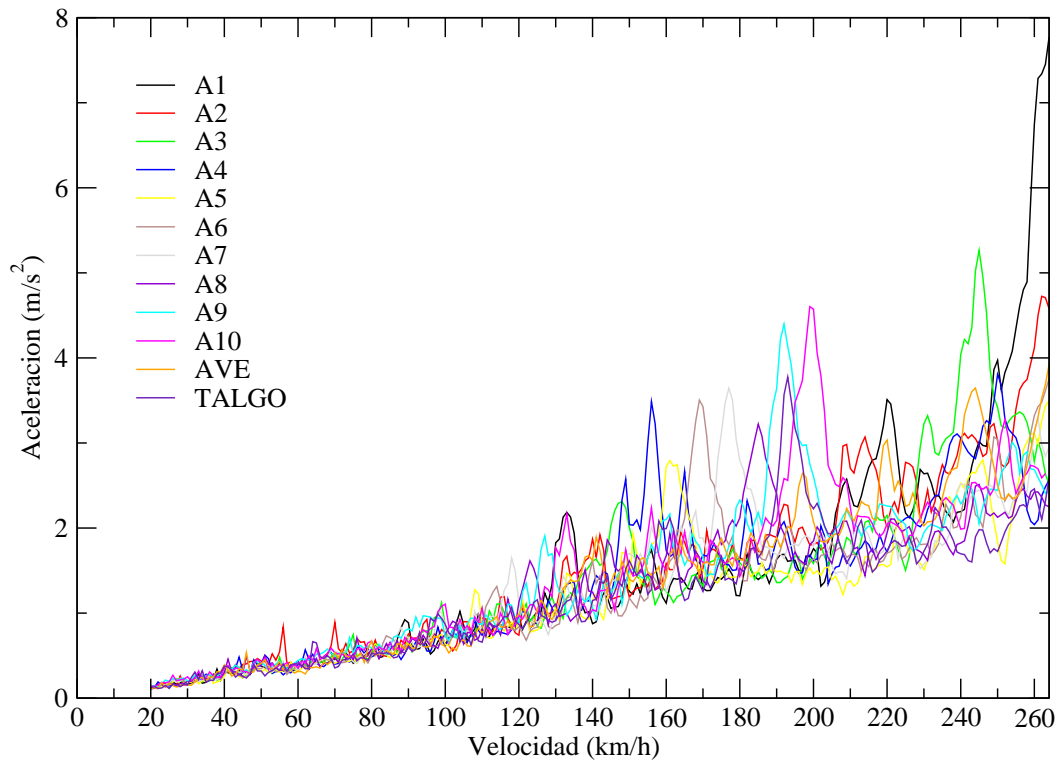


Figura 5.15: Composición por trenes en punto de postproceso 29, modelo tridimensional.

5.3.4. Series temporales. Resonancia.

Continuando con la validación del modelo tridimensional, así como un posterior análisis de fenómenos resonantes, procedemos a la realización de series temporales a velocidades 220, 250 y 260 km/h , esta última cercana a la de pico de aceleración en el modelo tridimensional, para el tren 1 y el punto de postproceso en cuarto de vano de 25m. Este análisis se realizará sobre el modelo de balasto nominal.

La validación del modelo tridimensional se dará en cuanto se observe una menor aceleración en el modelo bidimensional y una igual contribución de los modos fundamentales. Para ello, se realiza un análisis en el dominio de la frecuencia para las tres series indicadas, obteniendo las los espectros y señales abajo adjuntos:

Series temporales.

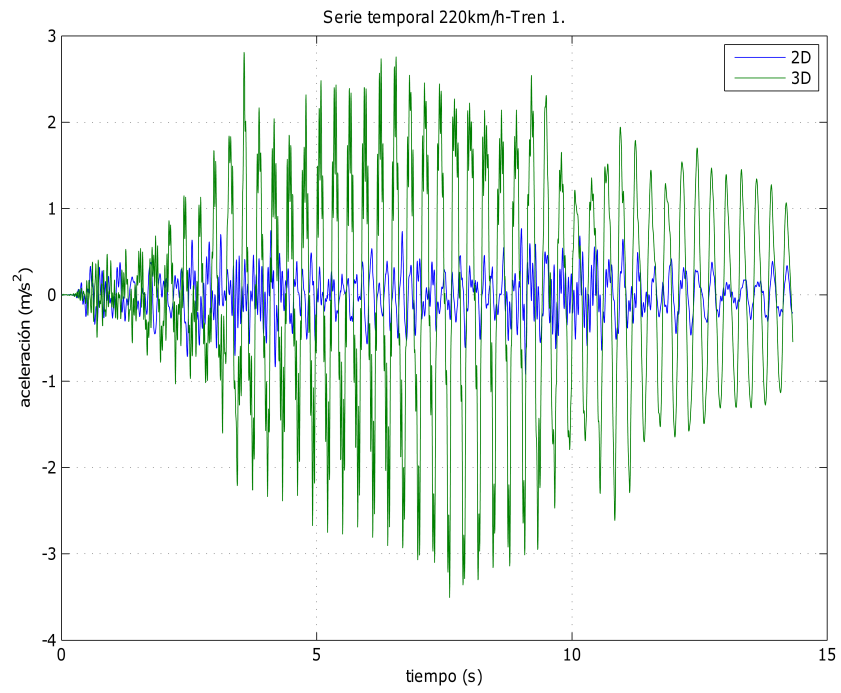


Figura 5.16: Serie temporal 220km/h

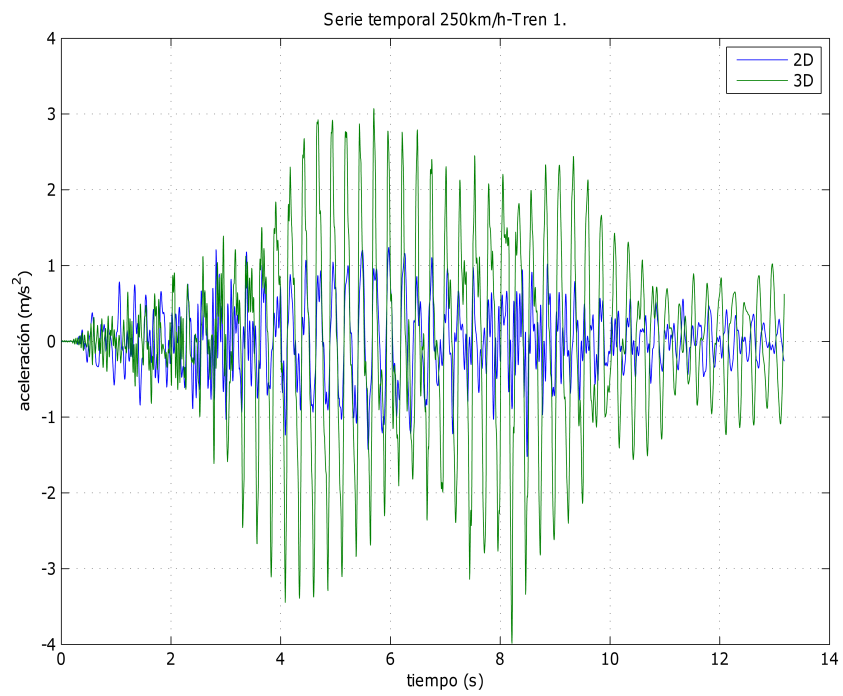


Figura 5.17: Serie temporal 250km/h

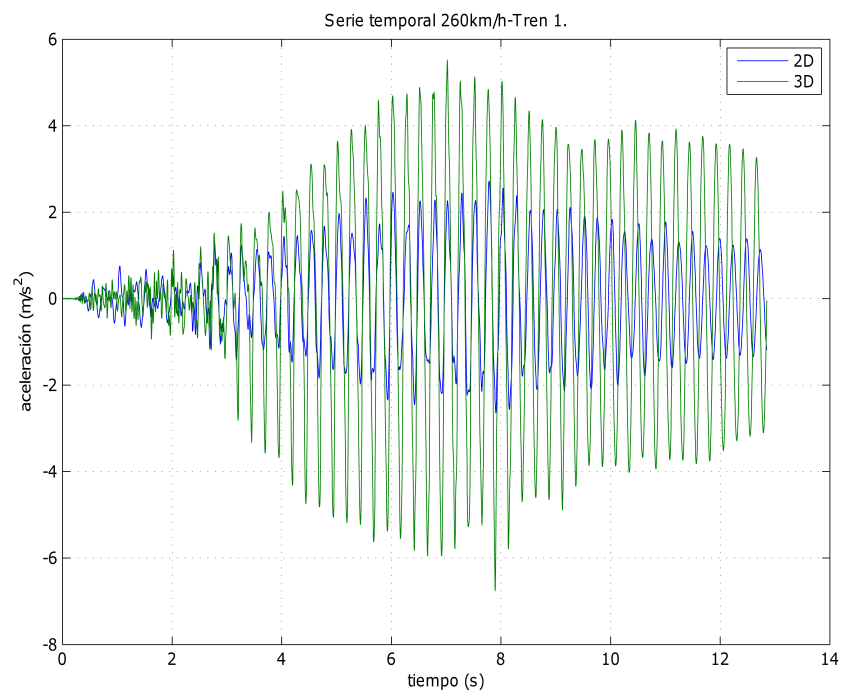


Figura 5.18: Serie temporal 260km/h

Espectros de aceleraciones:

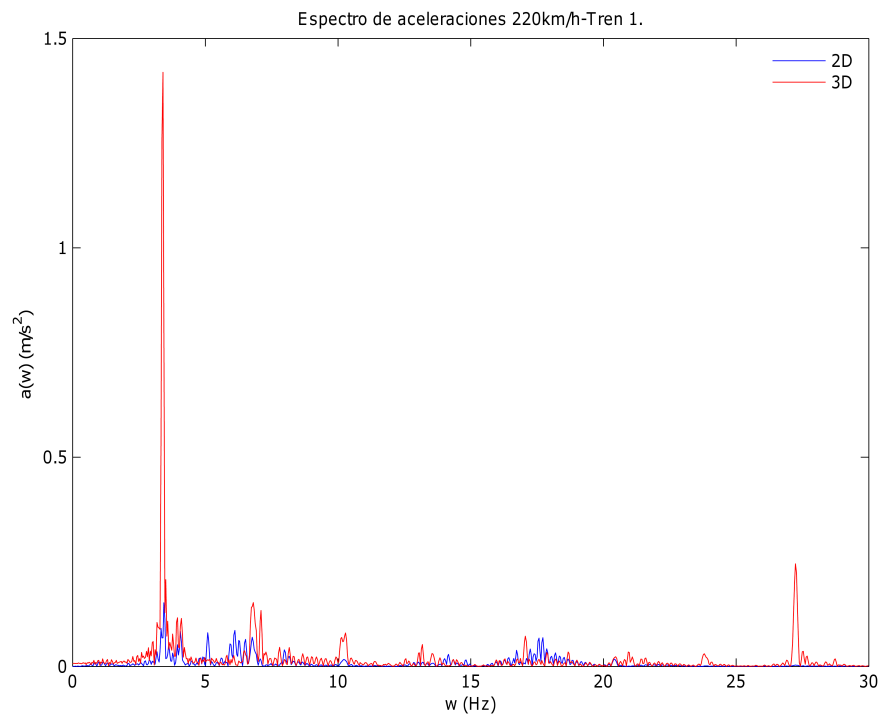


Figura 5.19: Espectro de aceleraciones, velocidad de paso de 220km/h

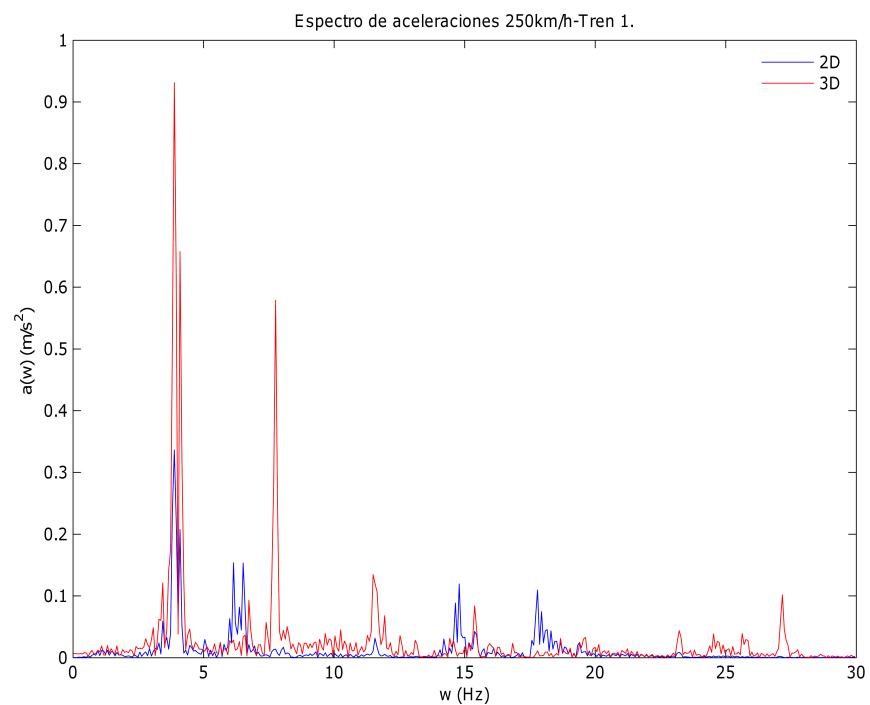


Figura 5.20: Espectro de aceleraciones, velocidad de paso de 250km/h

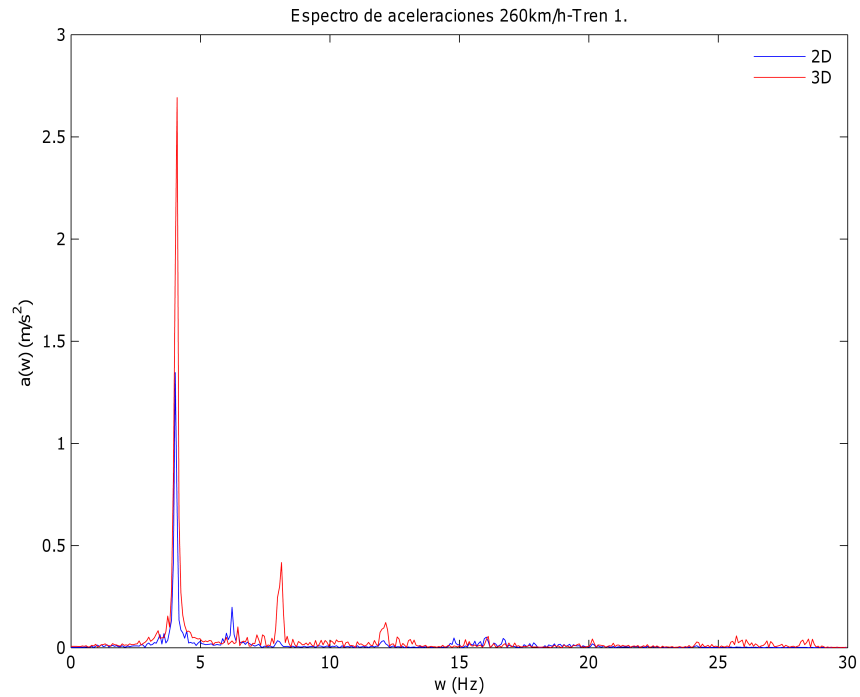


Figura 5.21: Espectro de aceleraciones, velocidad de paso de 260km/h

Como podemos observar, el modelo tridimensional puede considerarse validado puesto que como anunciábamos, la distribución en frecuencias es similar y aparecen aceleraciones inferiores en el modelo bidimensional. Si nos centramos en la serie perteneciente a la velocidad de paso de 260km/h, podemos determinar tres picos en el espectro pertenecientes a las frecuencias 4.102Hz, 8.13 Hz y 12.158Hz, correspondientes a los modos fundamentales de vibración 8, 28 y 50. El fenómeno resonante se atribuye principalmente al primer modo indicado, de forma modal representada en la figura 5.22:

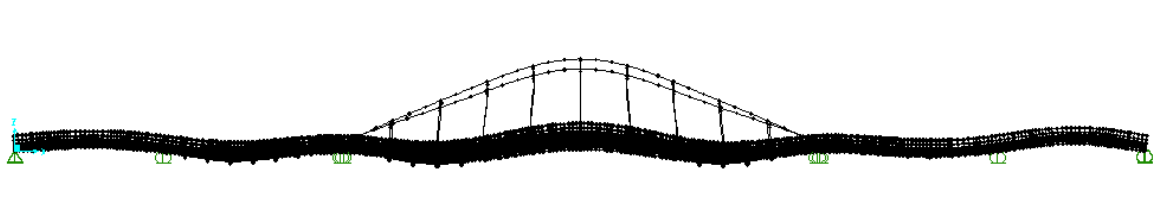


Figura 5.22: Modo resonante.

La resonancia se produce por la acción repetitiva de las cargas de los ejes de los trenes actuando sobre la estructura, con una cadencia coincidente con la de vibración de alguno de los modos fundamentales de la estructura. Esta condición se plasma matemáticamente igualando el tiempo que tardan dos ejes sucesivos del tren en actuar sobre un punto de

la estructura, con el período de la estructura, con el período de uno de los modos de la estructura.

$$t_e = T_n \quad (5.1)$$

$$\frac{d}{v} = \frac{1}{f} \quad (5.2)$$

Para el tren 1, tomando los datos adjuntos en la iapf, podremos determinar las distancias entre bogies de los distintos componentes del tren, indicados en la siguiente tabla:

	Locomotora	Coche intermedio	Coche de pasajeros
d (m)	11	18	17
t_e (s)	0.152307692	0.249230769	0.235384615
Frecuencia $f=1 : t_e$	6.565656566	4.012345679	4.248366013

Tabla 5.7: Características dinámicas del tren.

Por lo tanto, observamos que la frecuencia de coche de pasajeros se encuentra muy cercana a la de resonancia, siendo el responsable de la misma como era de esperar.

5.3.5. Modos locales de flexión.

Como hemos podido observar en las envolventes y los espectros de aceleración, las aceleraciones en el modelo tridimensional son siempre superiores al del modelo plano. La razón de ésta se atribuye principalmente a los modos locales de flexión por parte de las vigas transversales de reparto que unen las dos vigas principales laterales. La determinación de la contribución por parte de estos modos no es directa ni sencilla de aislar, no obstante, se plantea la posibilidad de determinar, de una manera muy simplificada, las frecuencias de estos modos a través del estudio de una viga isostática de características mecánicas equivalentes, de manera similar a como se operó en la validación del modelo bidimensional a partir de expresiones analíticas.

Para ello se consideran las siguientes masas, correspondientes a un tramo de 3.12m de tablero entre vigas de reparto:

1. Losa $\rightarrow 25 \cdot 0.35 \cdot 3.20 = 28 \text{ kN/m}$.
2. Balasto $\rightarrow 12.20 \cdot 3.120 = 38.064 \text{ kN/m}$.
3. Peso propio de las vigas $\rightarrow 78.40 \cdot 0.0245 = 1.92 \text{ kN/m}$.

Lo que supone un total de 67.982 kN/m. Como características mecánicas, se ha tomado una viga equivalente de características ponderadas a la distancia entre los tres tramos (2.41m-6.75m-2.41m) que componen estas vigas de reparto:

- Viga menor: $I = 5.37\text{E-}4 \text{ m}^4$

- Viga mayor: $I = 2.434E-3m^4$

Para mayor comprensión véase la figura 4.12.

Dada esta geometría, se tomará una inercia equivalente de $1.66E-3m^3$.

Aplicando la formulación para las frecuencias teóricas de una viga isostática, reflejadas en la figura 5.6, se obtienen las siguientes frecuencias naturales para los tres primeros modos de vibración:

- $w_1 = 26.3210$ Hz.
- $w_2 = 105.2839$ Hz.
- $w_3 = 236.8890$ Hz.

Si nos fijamos por ejemplo en la figura 5.19, se observa un pico en el espectro en torno a 27.2400 Hz, valor bastante cercano al primer valor de frecuencia teórico obtenido. Por lo tanto, de nuevo se confirman estos modos locales de flexión como culpables de la diferencia entre ambos modelos. Si se observan los modos con frecuencias cercanas a la hallada en el pico del espectro, se detecta que en el modo 554, figuras 5.23 y 5.24, de frecuencia 26.81 Hz, predomina una flexión local simétrica en las vigas laterales, correspondiente al primer modo en flexión para estas vigas, de modo que de nuevo parece razonable su implicación en la amplificación de los valores de aceleración en el modelo tridimensional.

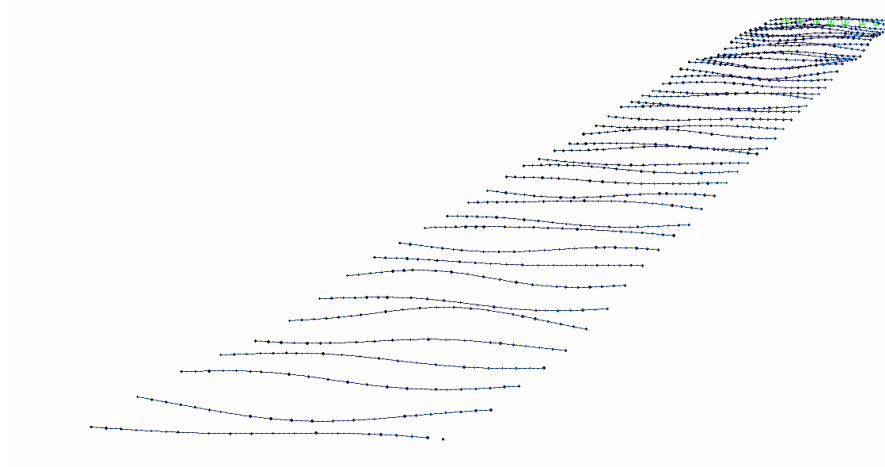


Figura 5.23: Modo 554 de flexión local en vigas transversales.

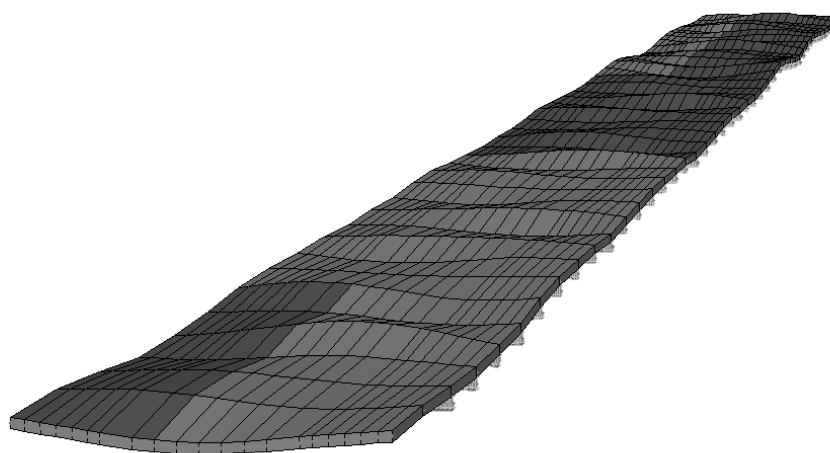


Figura 5.24: Modo 554 de flexión local en vigas transversales y losa.

Para confirmar esta afirmación, se corre un nuevo modelo idéntico al tridimensional con un aumento del 10 % en la inercia de estas vigas de reparto, obteniendo una aceleración pico de 7.025 m/s^2 , inferior a la registrada en el modelo inicial de 7.773 m/s^2 .

5.3.6. Conclusión.

La estructura planteada, presenta problemas resonantes debido al modo fundamental nueve y para el tren 1 de la serie HSML. Por lo tanto, las alternativas a proponer deberán incidir fundamentalmente sobre esta forma modal tratando de descender el pico de aceleración por debajo de los 3.5 m/s^2 , tal y como se prescribe en la instrucción IAPF.

Por otra parte, se ha comprobado la validez de ambos modelos, por lo que conociendo las diferencias entre ambos, posteriormente podremos trabajar sobre el modelo bidimensional en el análisis de sistemas de amortiguamiento puesto que los resultados obtenidos serán proporcionales al tridimensional, permitiendo un análisis más sencillo y con menos potencial necesario de cálculo. Como se puede observar en la tabla resumen de aceleraciones envolventes, se dan incrementos en las aceleraciones máximas de un 52 % para la hipótesis de balasto nominal, un 63 % para la hipótesis de balasto aumentado y finalmente un 46 % para la hipótesis de balasto disminuido. Esto se debe a que la carga del balasto afecta directamente a los modos locales de flexión del tablero, información que no se tiene en cuenta en el modelo bidimensional al solo considerar la flexión longitudinal. Se ha realizado un barrido de cargas que confirman esta diferencia y señalan a los modos locales de flexión como uno de los culpables de este incremento en las aceleraciones, por tanto, aunque en este proyecto no se ha tratado puesto que se ha optado por trabajar más profundamente las tipologías estructurales del arco, podría analizarse las ventajas en términos económicos y en respuesta dinámica que supondría un aumento en la inercia de estas vigas transversales de reparto.

CAPÍTULO 6

Diseño de estructuras alternativas.

6.1. Introducción.

Con el caso estructural analizado queda patente la gran problemática inherente a este tipo de estructuras, el bajo amortiguamiento que presenta propicia el desarrollo de aceleraciones pico elevadas, ampliamente por encima del límite prescrito en la instrucción de 3.5 m/s^2 . Ante esta situación son múltiples las alternativas estructurales que se plantean. Para atenuar estos picos, de forma general, se pueden acometer dos tipos de actuaciones: en primer lugar, una modificación del esquema estructural y reordenación de rigideces, y en segundo lugar un incremento del amortiguamiento, o bien incidiendo sobre el material o mediante la instalación de dispositivos amortiguadores.

En el presente punto nos centramos en la primera de las estrategias mediante la propuesta de diseños alternativos al inicialmente propuesto. Primeramente, planteamos dos soluciones clásicas consistentes en un aumento del canto de la losa del tablero hasta 40cm y el aumento del número de péndolas verticales. Estas variaciones, si bien son soluciones que empobrecen ligeramente la estética de la estructura, son sencillas de ejecutar y no alteran prácticamente en nada el esquema estructural inicialmente propuesto. Por otra parte nos planteamos la idoneidad del sistema de péndolas verticales en el arco. Para ello planteramos un sistema de péndolas tipo Network así como dos soluciones en celosía tubular tipo Nielsen en las que jugaremos con el encuentro entre las diagonales. En último lugar plantearemos una solución consistente en vigas laterales de canto variable, solución bastante extendida en los últimos proyectos en este tipo de puentes.

Una vez definidos los correspondientes modelos de cálculo en cada una de las alternativas, realizaremos un cálculo dinámico y un análisis de la resonancia para cada una de ellas. La finalidad última será comparar cada una de estas alternativas en términos de aceleraciones máximas, cuantías de acero estructural y frecuencias de resonancia pudiendo así optar por una de ellas y dejar patente la idoneidad de las herramientas usadas en todo el proceso para futuros estudios de viabilidad y planteamiento de alternativas.

6.2. Presentación de las variantes

6.2.1. *Análisis de sensibilidad: variación del amortiguamiento inherente.*

La metodología empleada hasta el momento es puramente extraída de la instrucción en donde, entre otras cosas, se impone un coeficiente de amortiguamiento de 0.5 % para todos los modos de vibración. No obstante, se sabe que la realidad es mucho más compleja y este tipo de aproximaciones pueden, en muchos casos, alejarse de manera notable de la realidad. Una de las simplificaciones que más pueden alejarse de la realidad es la de imponer un coeficiente de amortiguamiento constante para todos los modos de vibración, lo cual parece imposible que se de en la realidad.

Para justificar estas afirmaciones anteriores nos remitimos a artículos como el [42], artículo en que se resumen una serie de experimentos dinámicos sobre el puente Antoing en la línea de alta velocidad entre Paris y Bruselas. En dicho puente se disponen una serie de sensores distribuidos a lo largo del tablero que miden aceleraciones, deformaciones y flechas. Posteriormente, estos datos sirven de base para comparar los parámetros teóricos y empíricos del análisis modal. En estos resultados queda patente que el factor de amortiguamiento toma valores bastante diferenciados por modos y en muchos casos superiores a 0.5 %, dato que prescribe la norma. Otra de las razones para pensar que el amortiguamiento real podría ser superior al de la norma, es el hecho de disponer de un arco metálico relleno de hormigón, material que indudablemente incrementará dicho amortiguamiento global.

Por ello, el parámetro de amortiguamiento inherente parece un parámetro de gran incertidumbre y resulta de gran interés un análisis de sensibilidad a su variación en términos de aceleración pico. Concretamente, realizaremos un barrido de trenes según el método semi-analítico para los valores de amortiguamiento 0.8, 1.0 y 1.2, de resultados presentados más abajo.

6.2.2. *Aumento del canto de losa.*

En esta primera variante estructural optamos por una de las soluciones más directas, el aumento del canto de la losa de hormigón. En este caso optamos por un nuevo canto de 40cm con el que aumentamos la rigidez en todo el conjunto con lo que se obtiene una disminución, aunque reducida, en el valor de la aceleración pico tal y como veremos posteriormente tras realizar el paso de cargas. No obstante, aunque sencilla de ejecutar, no es la más deseable en el sentido de que se pierde la esbeltez

6.2.3. *Aumento del número de péndolas.*

Esta segunda variante es, junto con la anterior, una solución directa que incrementa directamente la rigidez en el vano central, vano de mayor esbeltez.

El número de péndolas atiende en primer lugar a razones económicas y estructurales, y en un segundo plano, a razones estéticas. En general, por razones estructurales, en puentes

de ferrocarril, normalmente estas péndolas verticales se ven aumentadas. Si comparamos la solución inicialmente propuesta con otros puentes ejecutados bajo tipologías similares

Puente	nº.péndolas : luz
Solución inicial propuesta	1 : 8.89
Puente de la Vicaria	1 : 10
Puente de Alcantarilla sobre el río Segura	1 : 6.40
Puente Manuel Giménez Abad	1 : 4.61
Puente carretero sobre el río Elbe en Tangermünde	1 : 13.21
Puente sobre la rambla del Cañuelo en Roquetas de Mar	1 : 5.48

Tabla 6.1: Relación número de péndolas verticales y luz de vano en solución inicial propuesta y puentes reales.

En total se disponen 17 péndolas por arco, de igual sección a las dispuestas originariamente, que suponen una relación nºpéndolas-luz de vano de $\frac{1}{4.7}$, la cual entra dentro del rango definido por los puentes reales mostrados, acercándose a las disposiciones más densas .

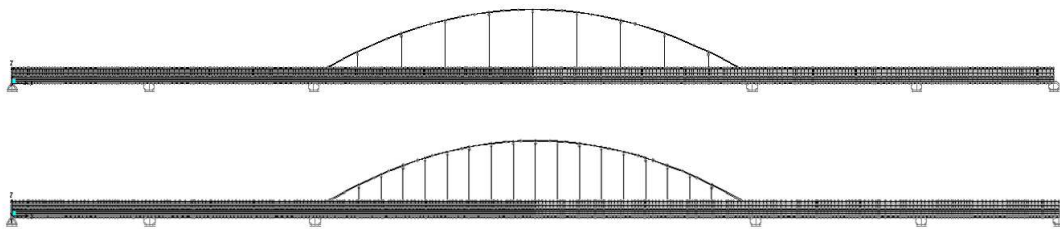


Figura 6.1: Número de péndolas en estructural original (arriba) y alternativa de mayor número (abajo).

Aumento del número de péndolas y losa de 40cm.

Ahora aunamos las dos primeras alternativas al ser las que aparentemente menos alteran la configuración estructural inicial así como su estética.

Por ser las alternativas que, a priori, podrían ser las más directamente aplicables en términos de cálculo y de costes, se decide realizar también un análisis de sensibilidad al factor de amortiguamiento para los valores de 0.5, 0.8, 1.0 y 1.2.

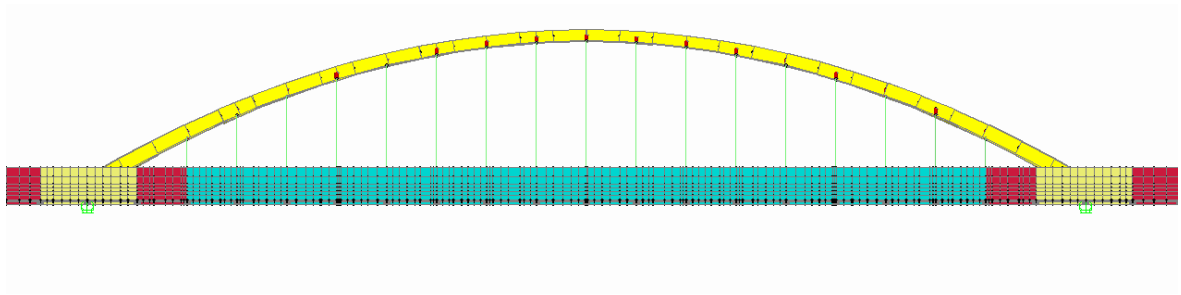


Figura 6.2: Perfil de alternativa con mayor número de péndolas

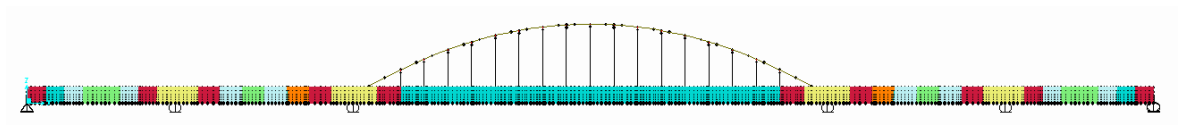


Figura 6.3: Alternativa aumento del número de péndolas, modelo completo.

Péndolas Network.

En el año 1926 se entregó la patente del Ing. Octavius F. Nielsen de puentes arco con tirantes inclinados, esquema estructural que transformaba el esquema resistente tipo arco en otro tipo viga, según una configuración en V que recoge las fuerzas cortantes derivadas de distribuciones de cargas en el plano del tablero lo que propicia una reducción drástica del nivel de flexiones en arco y tablero, pasando a trabajar fundamentalmente ante esfuerzos normales, estado tensional en el que se obtiene la máxima eficiencia resistente tal y como comentamos en el inicio de este documento. La gran problemática de este sistema es la posible entrada en compresión y el consecuente pandeo de las péndolas, sobre todo para estructuras con grandes diferencias entre cargas permanentes y vivas, como es el caso de los puentes de ferrocarril.

Posteriormente, hacia 1963, el Ing. Per Tveit propone una nueva tipología de puentes arco atirantados tipo Network, el cual, como él mismo definió, consiste en un "sistema de péndolas inclinadas con múltiples intersecciones en el plano del arco". Esta alternativa presenta notables desventajas frente a la anterior tales como una mayor complejidad y cuantías en el diseño del sistema de cuelgue así como una pérdida de transparencia visual respecto a su predecesora. No obstante, se consigue así reducir notablemente el riesgo de entrada en compresión de las péndolas, problema del que adolecía en mayor medida la alternativa anterior. En cuanto a la respuesta estructural, esta tipología permite un dimensionamiento muy homogéneo al tiempo que minimiza el nivel de flexiones en arco y tablero lo que permite el diseño de estructuras de gran esbeltez y reducida cuantía de acero estructural.

Desde su patente, han sido numerosos los puentes diseñados bajo las prescripciones de Per Tveit, empezando por el puente Steinkjer, construido en Noruega en 1963, puente de 80m de luz ejecutado como el primero según esta tipología. Desde entonces, el desarrollo

de esta tipología ha sido notable en países como Noruega, Alemania, Japón o Estados Unidos. Entre el gran número de proyectos que se desarrollaron destacamos el Fehmarnsund Bridge, en el Mar Báltico, arco atirantado metálico con tablero mixto de 248m de luz. Finalmente, en el ámbito nacional, caben a destacar los puentes de Deba en Guipúzcoa, con 110 m de luz, y el nuevo puente sobre el río Guadalquivir en Palma del Río (Córdoba), de 130 m de luz.

Para el planteamiento de esta alternativa, aplicada al esquema estructural que inicialmente planteábamos, nos basamos en las recomendaciones dadas por Per Tveit, recogidas en la referencia [43].

Se dispondrán 18 tirantes por arco, ST1570 y diámetro 40mm, de nodos separados cada 4m según la directriz parabólica del arco e inclinados 50 grados en su plano. En estado límite último, el tirante más cargado resiste sobradamente una carga máxima de 118.1722t.

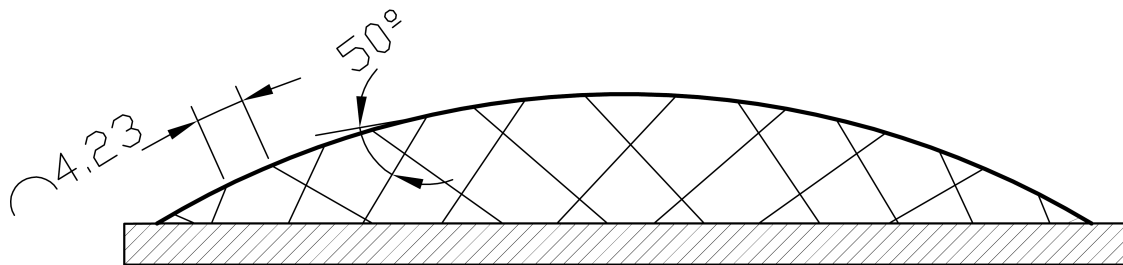


Figura 6.4: Esquema de geometría de péndolas tipo Network.

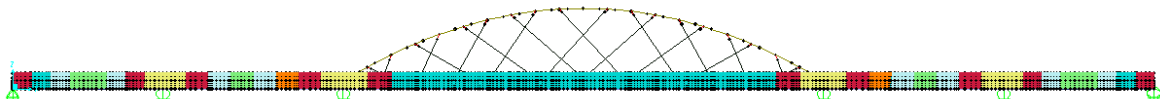


Figura 6.5: Modelo de péndolas Network, perfil.

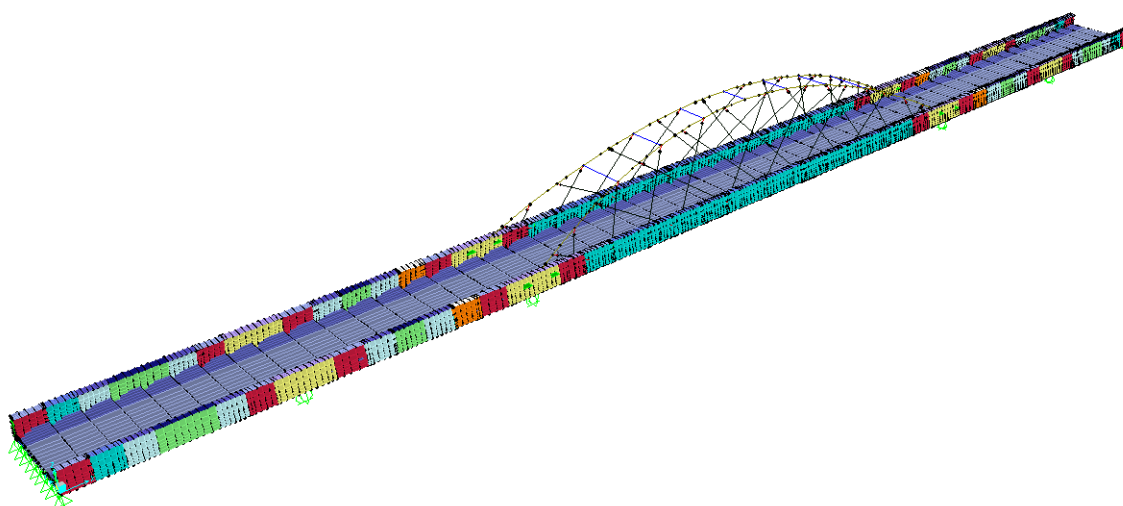


Figura 6.6: Modelo de péndolas Network, modelo completo.

Celosía tipo 1: Nielsen con encuentros truncados.

Para esta segunda alternativa se dispone una celosía de perfiles tubulares de acero S355 de 300mm de diámetro y 15mm de espesor de tubo. Los perfiles se comprueban con envolventes en estado límite último de inestabilidad en compresión y pandeo lateral.

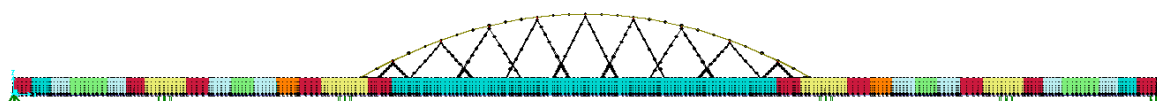


Figura 6.7: Modelo de celosía tipo 1, perfil.

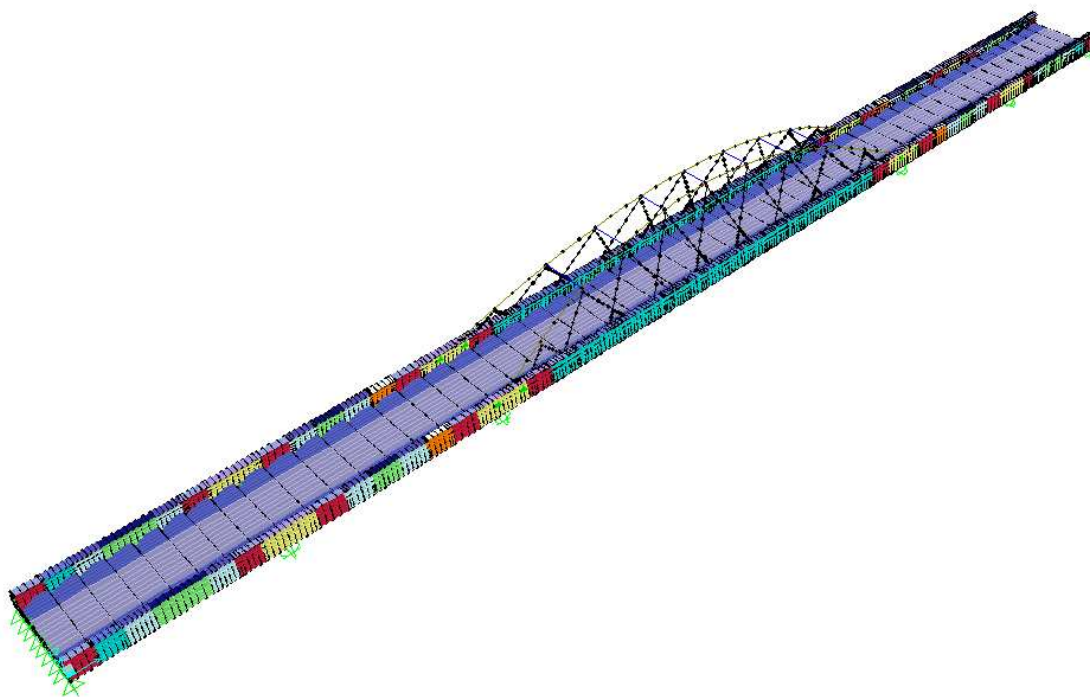


Figura 6.8: Modelo de celosía tipo 1, modelo completo.

Celosía tipo 2: Nielsen con encuentro de diagonales en vigas laterales.

En esta segunda celosía tubular, la diferencia fundamental se halla en el encuentro entre las diagonales, mientras que en el primer diseño el encuentro se produce por encima de las vigas laterales, en esta segunda opción el encuentro se produce en las mismas. Estos encuentros son puntos críticos donde aparecen grandes concentraciones de tensiones y son puntos donde hay que tener un especial cuidado en su diseño. Por lo tanto, en el caso de la celosía anterior existen dos posibilidades, o se diseñan los nudos cuidando muchísimo el cálculo tensional o se disponen de elementos pasadores que compatibilicen el encuentro de las diagonales sin una unión rígida. Esta es la razón por la que estructuras como la anterior se reservan más para puentes peatonales y en definitiva, estructuras con menores estados de carga. En cambio, esta segunda tipología parece más adecuada para una estructura de entidad como la que nos planteamos que albergará el paso de ferrocarriles de alta velocidad.

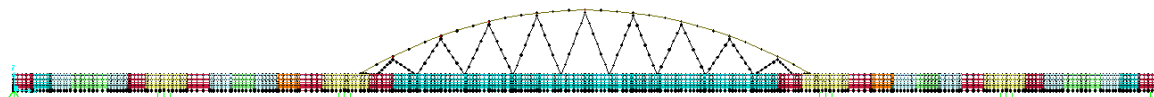


Figura 6.9: Modelo de celosía tipo 2, perfil.

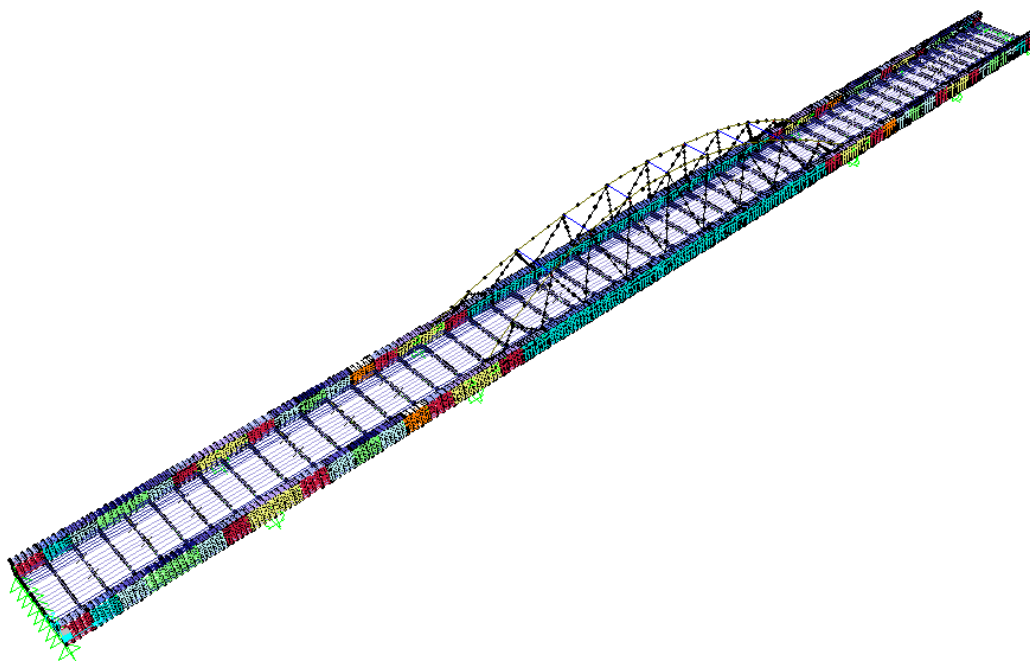


Figura 6.10: Modelo de celosía tipo 2, modelo completo.

Viga de canto variable.

En esta solución nos basamos en la geometría inicial variando el canto de las vigas laterales en el vano central. Se diseña una variación parabólica desde un canto de 2.6m en los apoyos hasta un canto de 4.10m en centro de vano, manteniendo fija la rasante inferior del tablero para que el gálibo del mismo no se vea afectado. Con ello se obtiene una mayor rigidez en este vano de especial importancia en el comportamiento dinámico global debido a ser el vano de mayor luz.

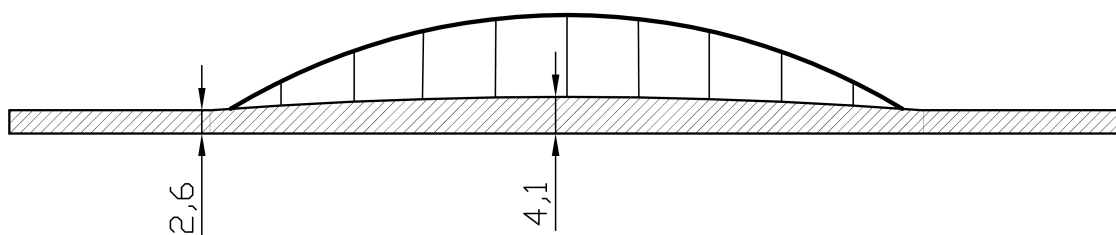


Figura 6.11: Esquema de geometría alternativa e viga de canto variable.

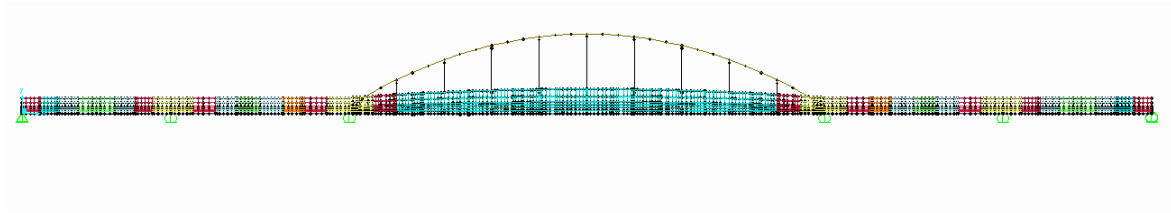


Figura 6.12: Modelo de viga de canto variable figura, perfil.



Figura 6.13: Modelo de viga de canto variable figura, modelo completo.

6.3. Cálculos dinámicos.

6.3.1. *Envolventes.*

De nuevo realizamos un barrido de velocidades de 20 a 220 km/h, y los doce trenes indicados con anterioridad, mediante el método semianalítico. Posteriormente se realizan las correspondientes envolventes de aceleración de resultados resumidos en la tabla siguiente:

Alternativa	Aceleración pico (m/s^2)
Losa 0.4	6.5148
Aumento de péndolas	7.1175
Celosía tipo 1	5.4994
Celosía tipo 2	6.0103
Péndolas Network	5.7613
Aumento de péndolas y losa 0.4	6.451034
Viga de canto variable	6.199211

Tabla 6.2: Aceleraciones envolventes por alternativas.

Alternativa	Punto de aceleración pico	Tren	Velocidad de resonancia (km/h)
Losa 0.4	Punto 21	3	252
Aumento de péndolas	Punto 21	3	257
Celosía tipo 1	Punto 21	4	263
Celosía tipo 2	Punto 21	3	264
Péndolas Network	Punto 21	3	255
Aumento de péndolas y losa 0.4	Punto 21	3	254
Viga de canto variable 1.0	Punto 11	1	259

Tabla 6.3: Punto donde se produce la resonancia, tren y velocidad de paso por alternativas.

(Véase la figura 5.7)

A continuación se muestran las envolventes de aceleración por vanos de cada una de las alternativas. Se introduce de nuevo la solución original, con un estudio más detallado que el desarrollado en el capítulo anterior, con el fin de poder realizar mejor comparativa con el resto de alternativas propuestas.

Solución original de péndolas cuasi-verticales.

Recogemos en los gráficos 6.14, 6.15, 6.16, 6.17 y 6.18 el resultado de envolventes por vanos, mostrando un total de cinco gráficas, una por vano, con seis puntos de postproceso en cada una.

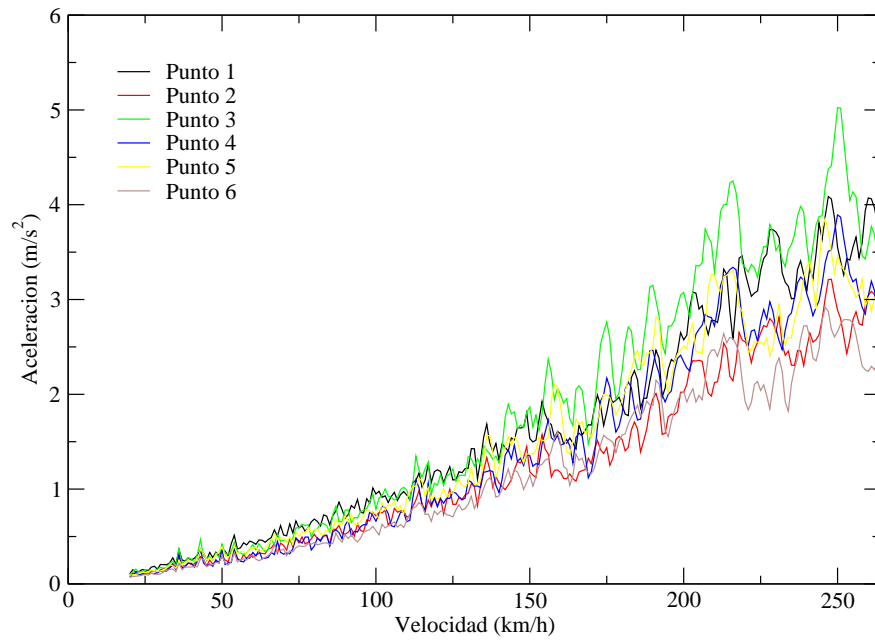


Figura 6.14: Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución inicial de péndolas cuasi-verticales.

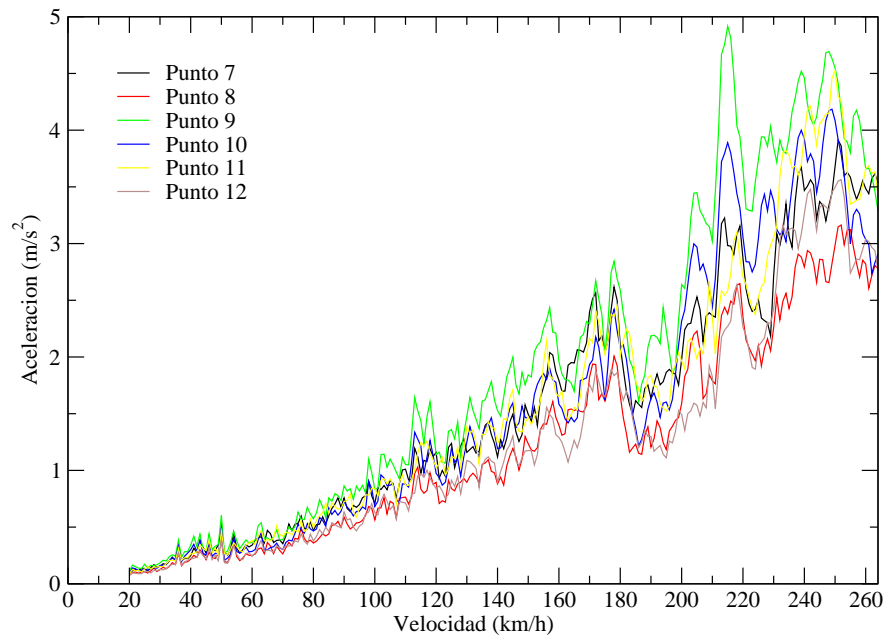


Figura 6.15: Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución inicial de péndolas cuasi-verticales.

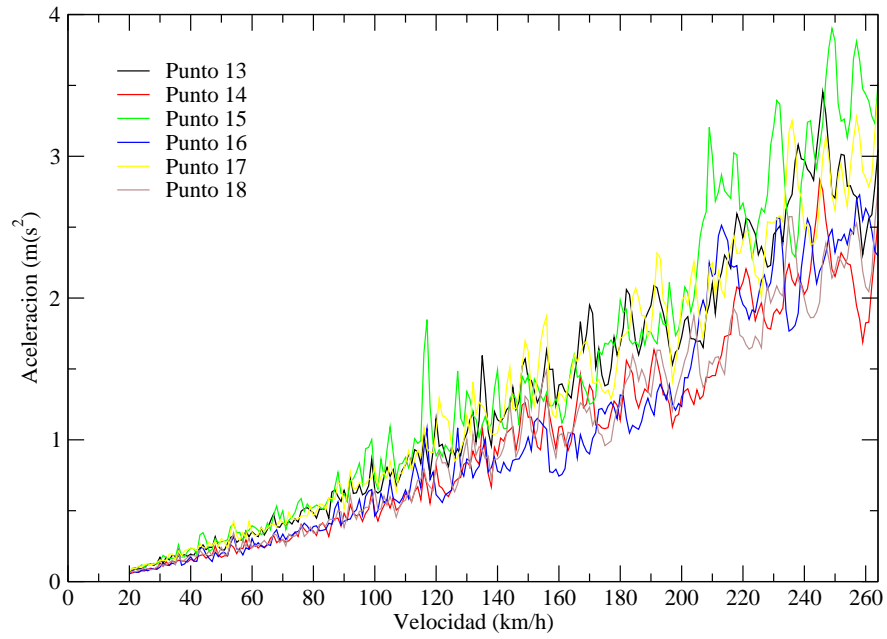


Figura 6.16: Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución inicial de péndolas cuasi-verticales.

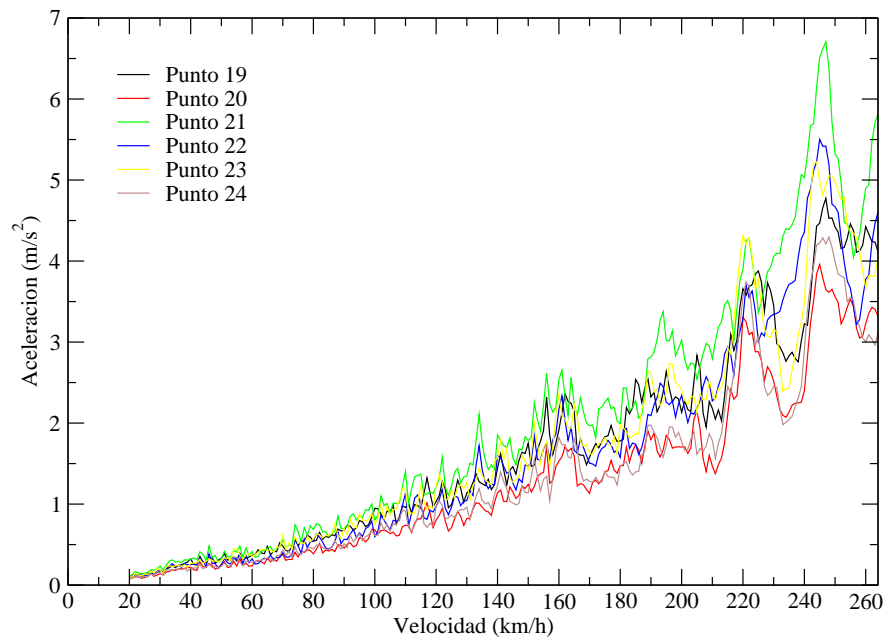


Figura 6.17: Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución inicial de péndolas cuasi-verticales.

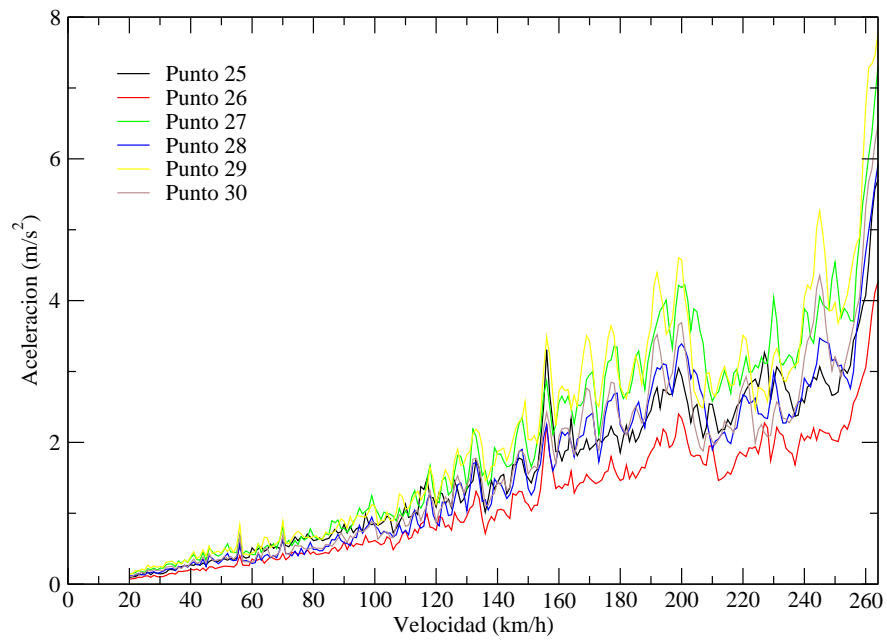


Figura 6.18: Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución inicial de péndolas cuasi-verticales.

Aumento del canto de losa.

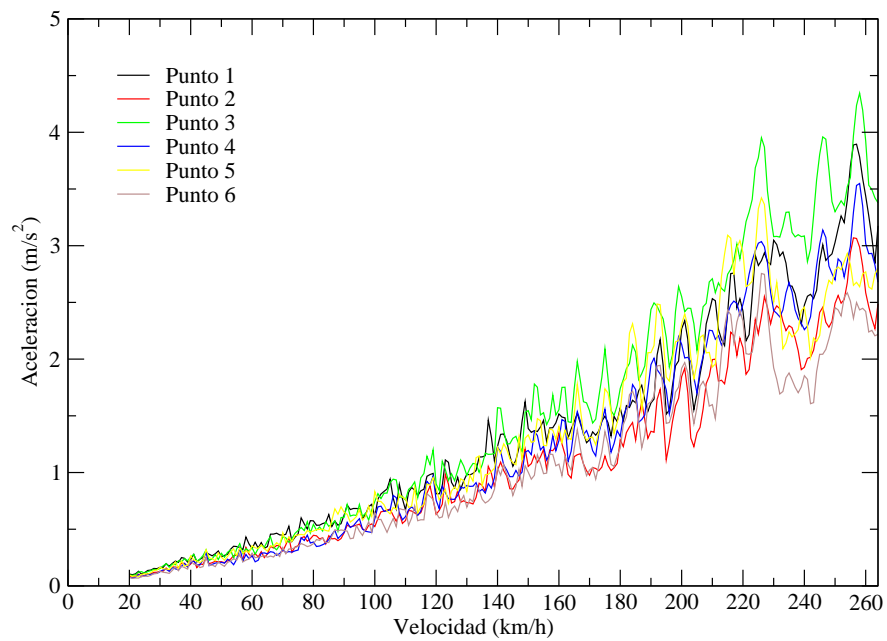


Figura 6.19: Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con losa de 40cm.

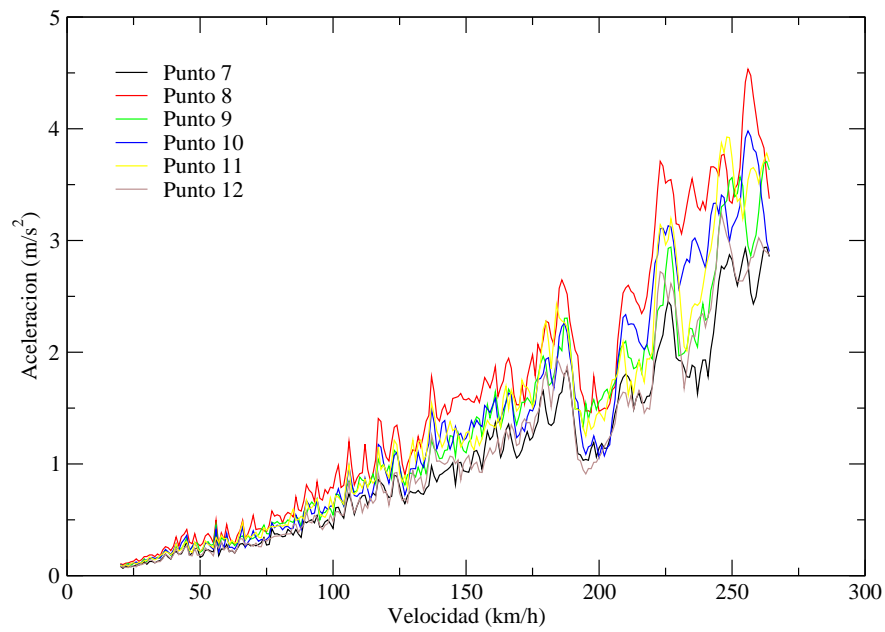


Figura 6.20: Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con losa de 40cm.

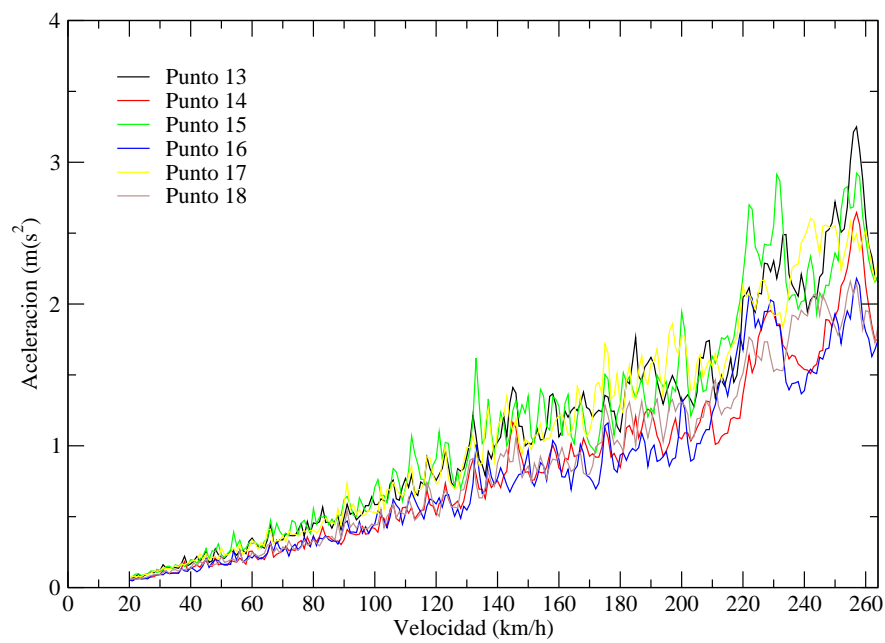


Figura 6.21: Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con losa de 40cm.

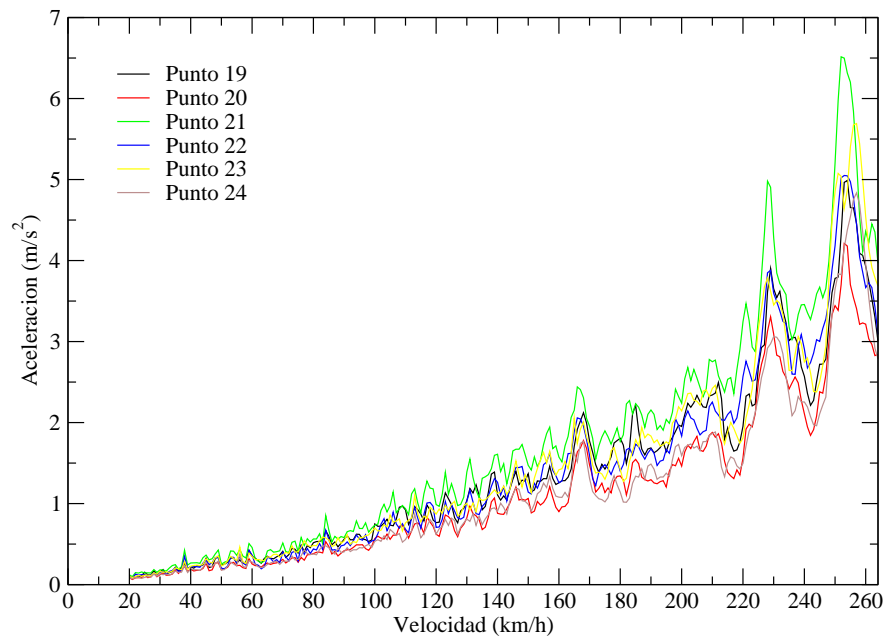


Figura 6.22: Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con losa de 40cm.

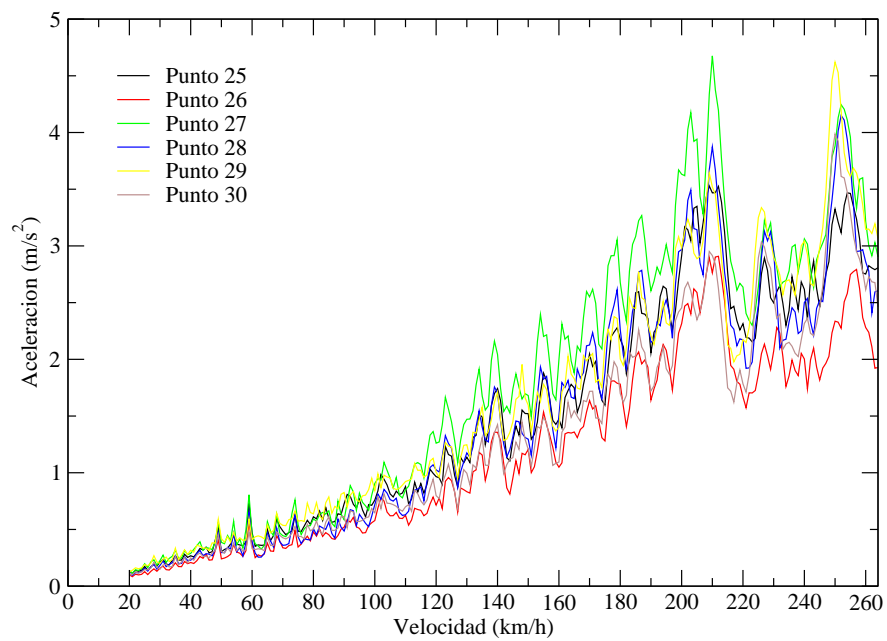


Figura 6.23: Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con losa de 40cm.

Aumento del número de péndolas.

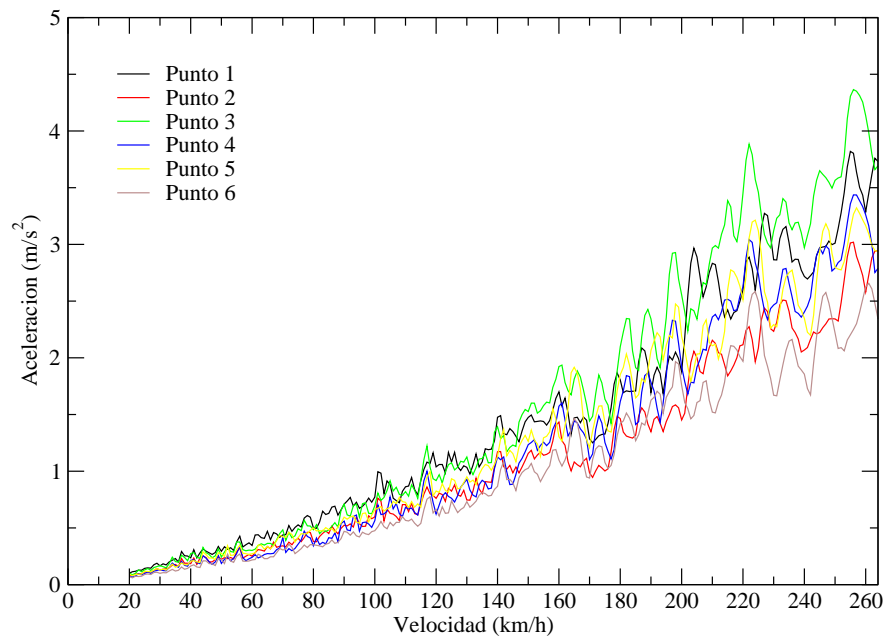


Figura 6.24: Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con aumento del número de péndolas.

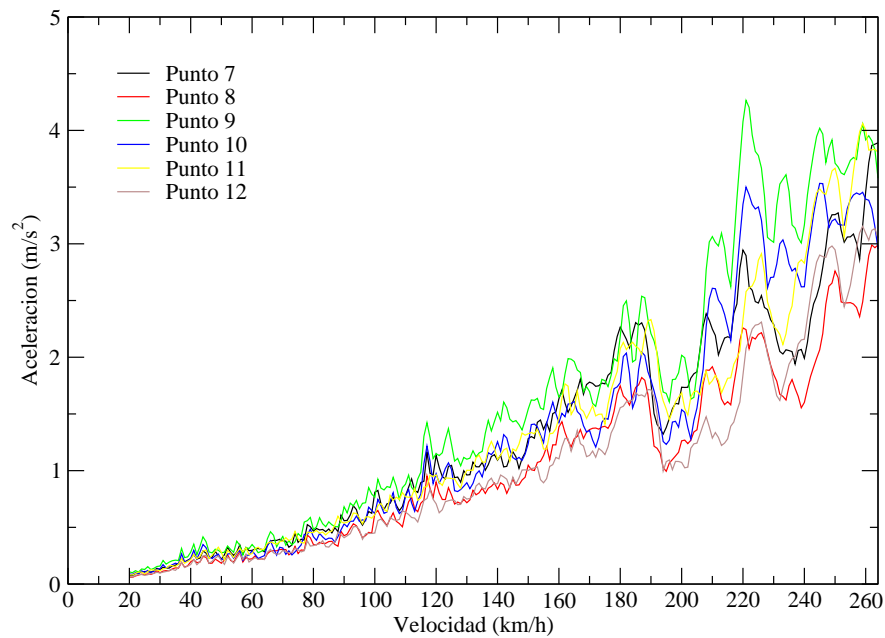


Figura 6.25: Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con aumento del número de péndolas.

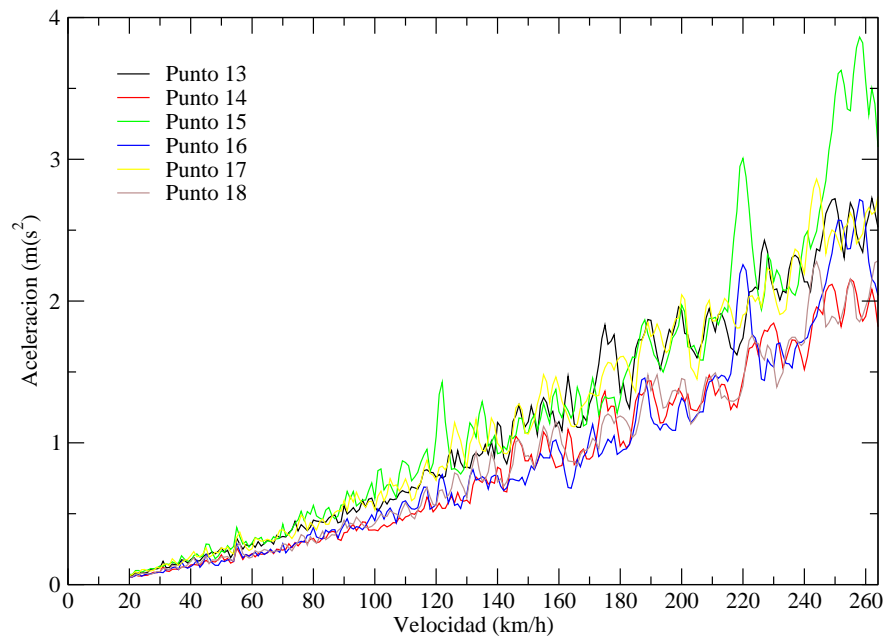


Figura 6.26: Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con aumento del número de péndolas.

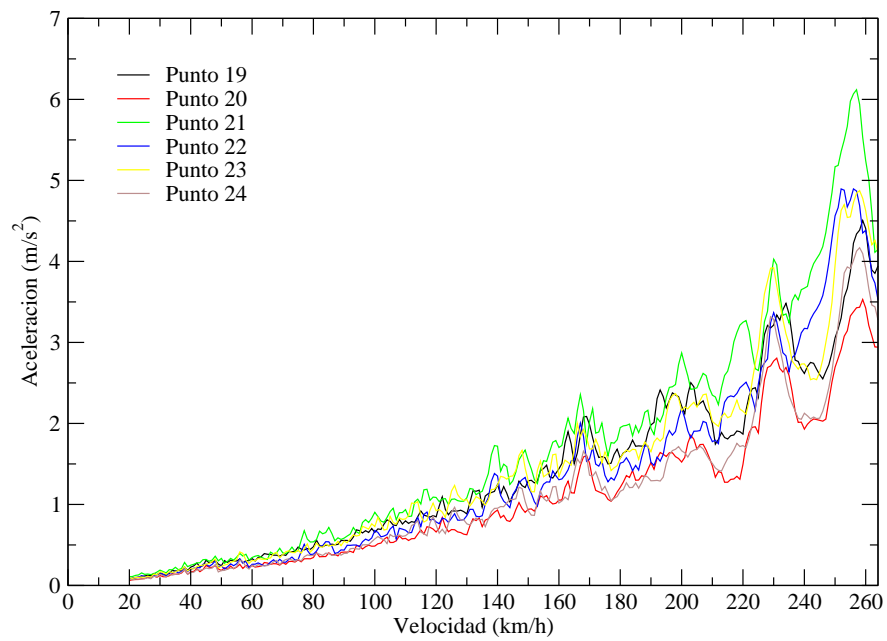


Figura 6.27: Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con aumento del número de péndolas.

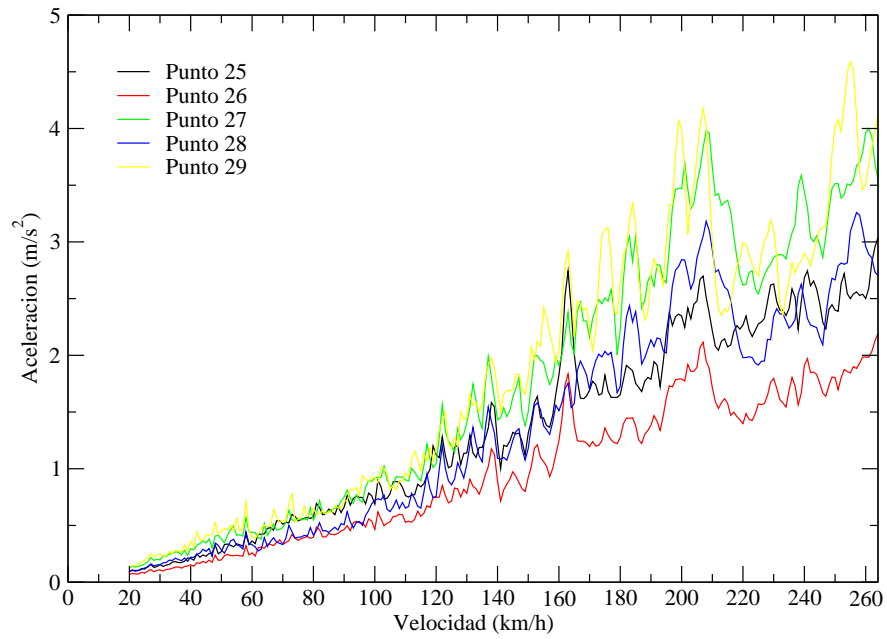


Figura 6.28: Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con aumento del número de péndolas.

Aumento del número de péndolas y losa de 40cm.

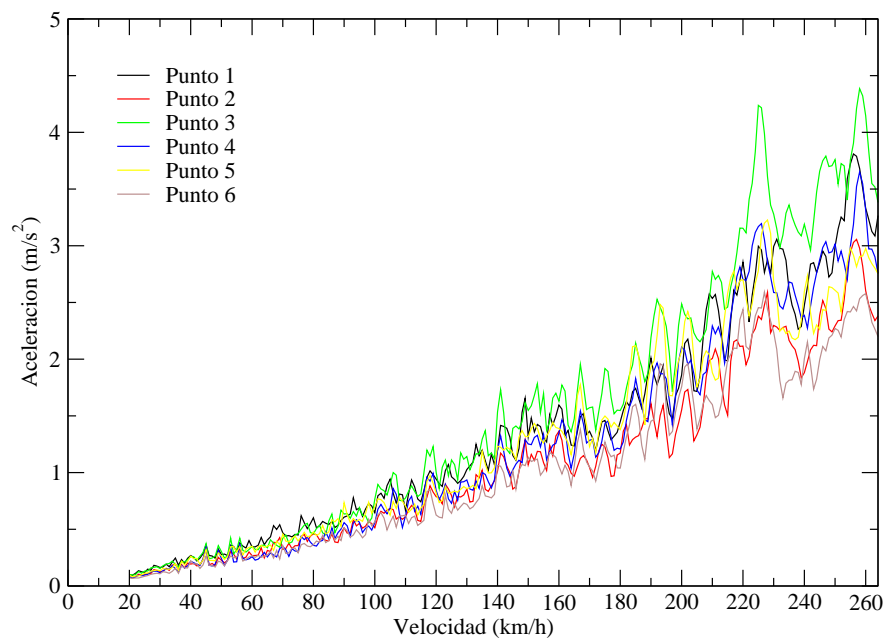


Figura 6.29: Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.

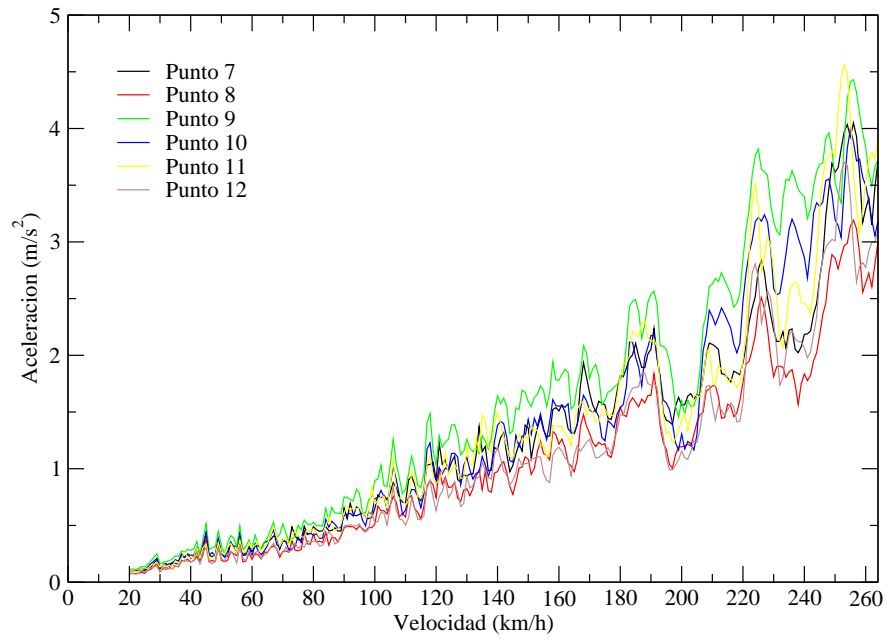


Figura 6.30: Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.

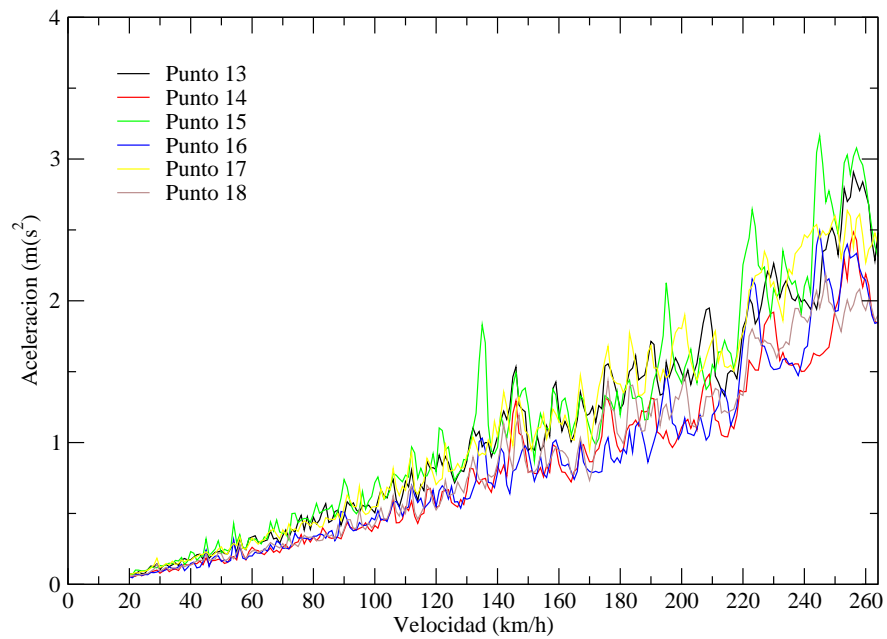


Figura 6.31: Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.

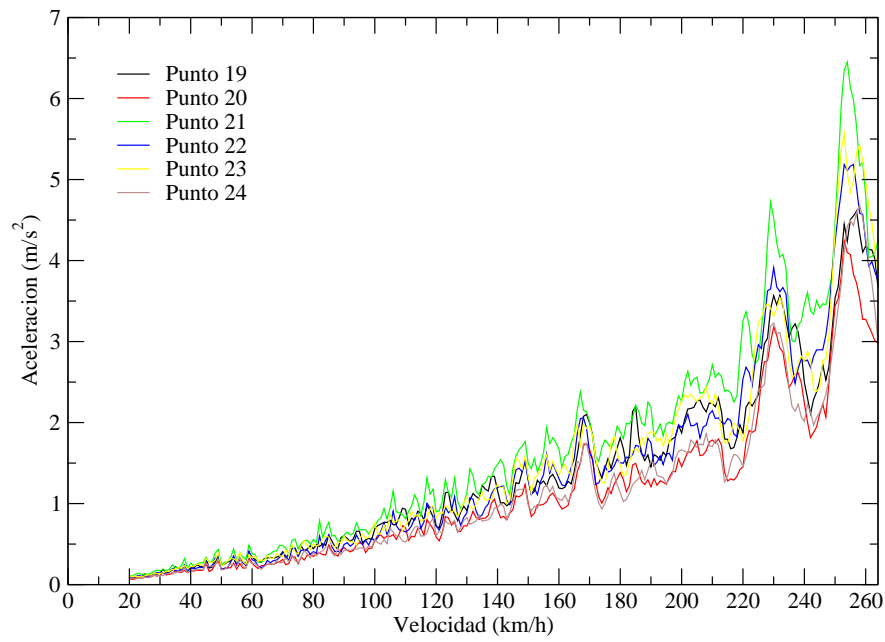


Figura 6.32: Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.

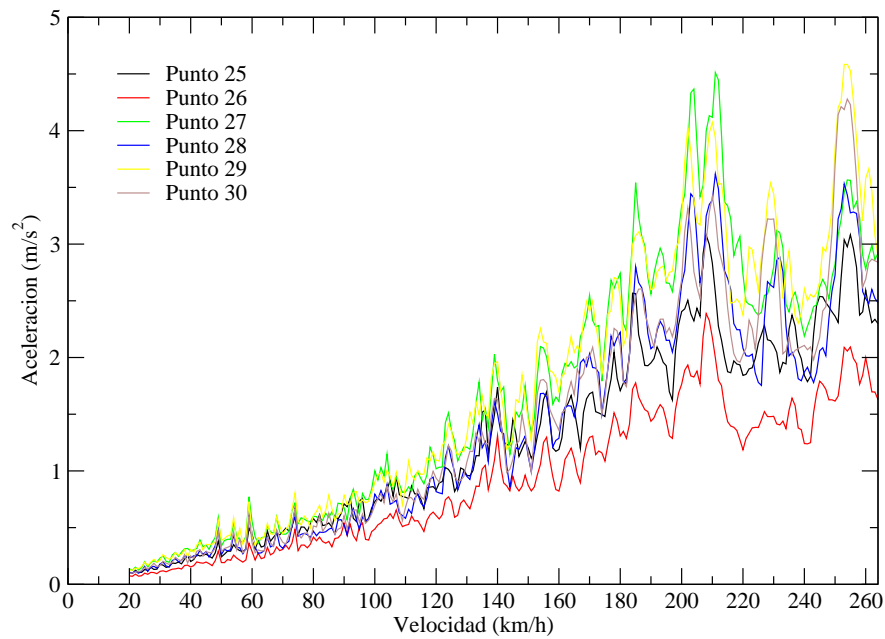


Figura 6.33: Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con aumento del número de péndolas y canto de losa de 40cm.

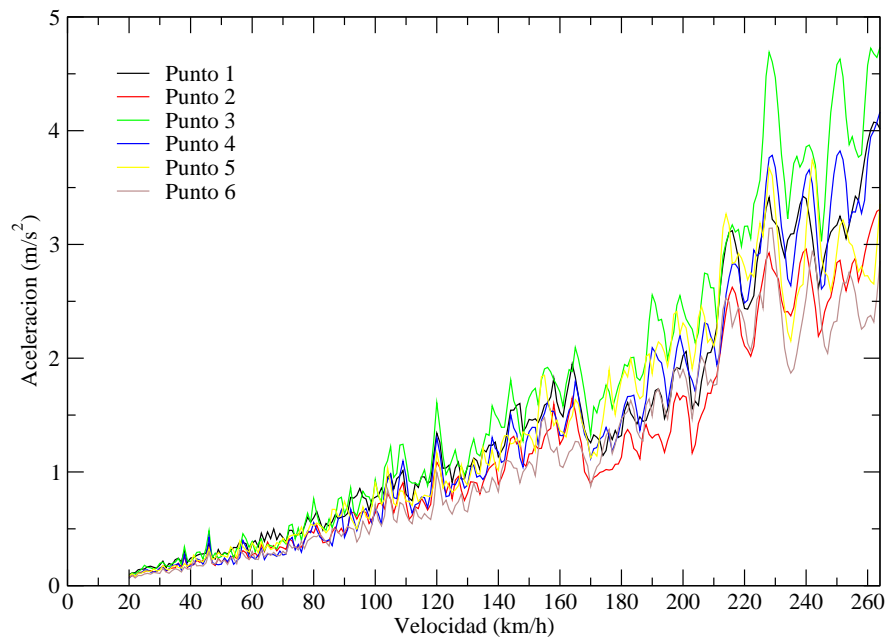


Figura 6.34: Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con péndolas tipo Network.

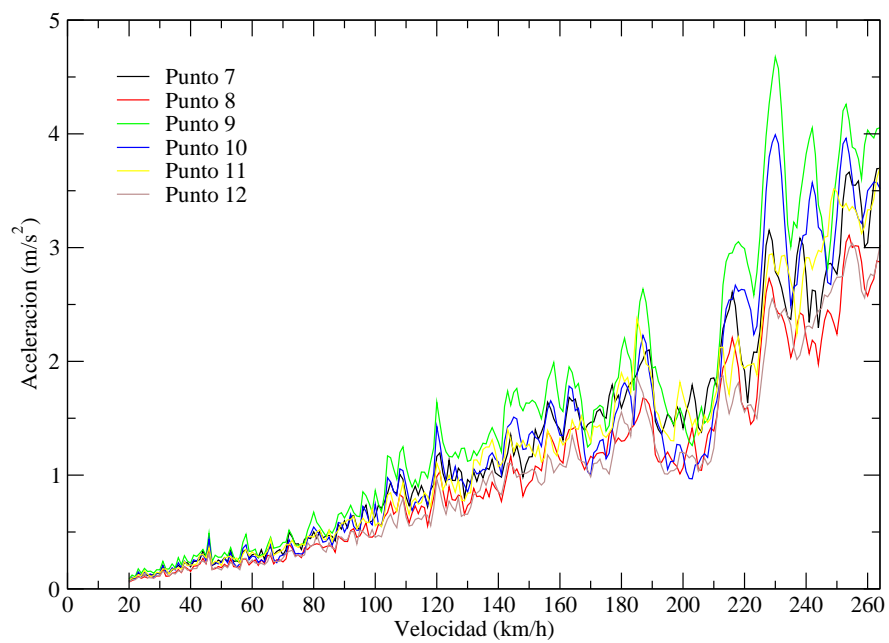


Figura 6.35: Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con péndolas tipo Network.

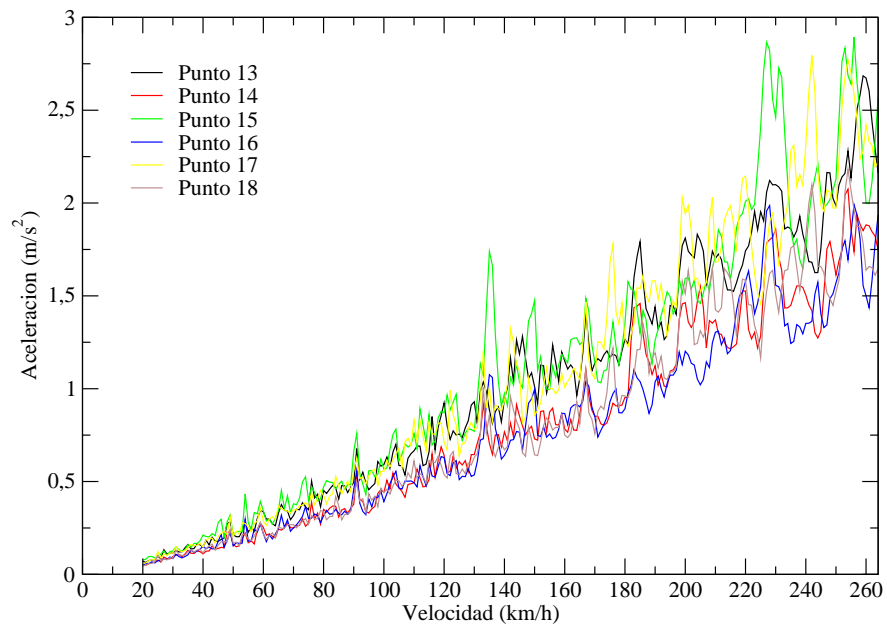


Figura 6.36: Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con péndolas tipo Network.

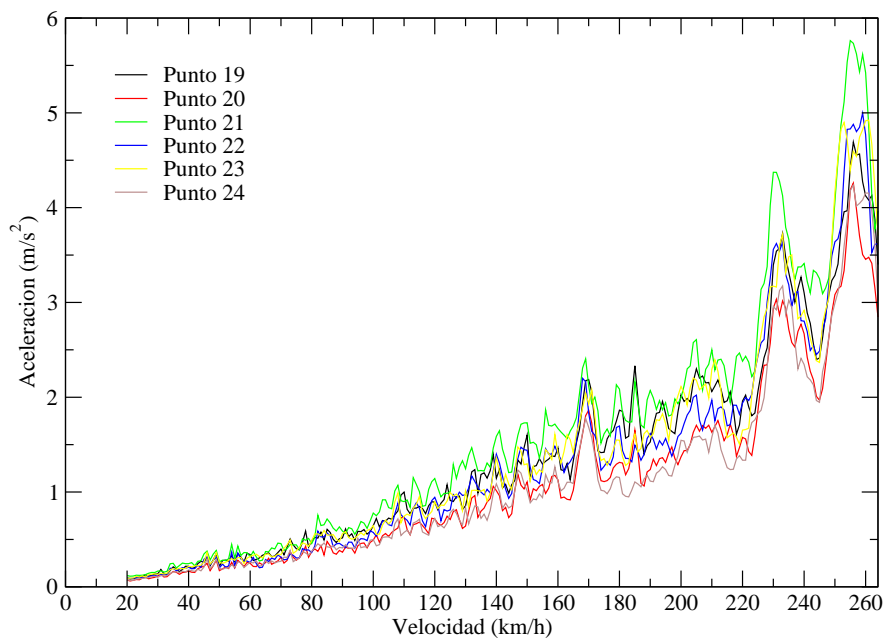


Figura 6.37: Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con péndolas tipo Network.

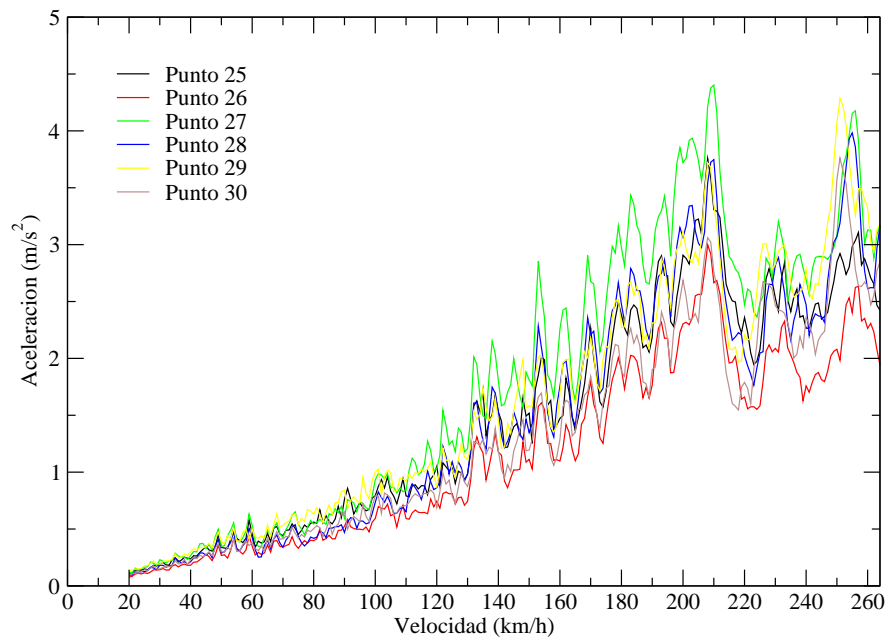


Figura 6.38: Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con péndolas tipo Network.

Celosía tipo I.

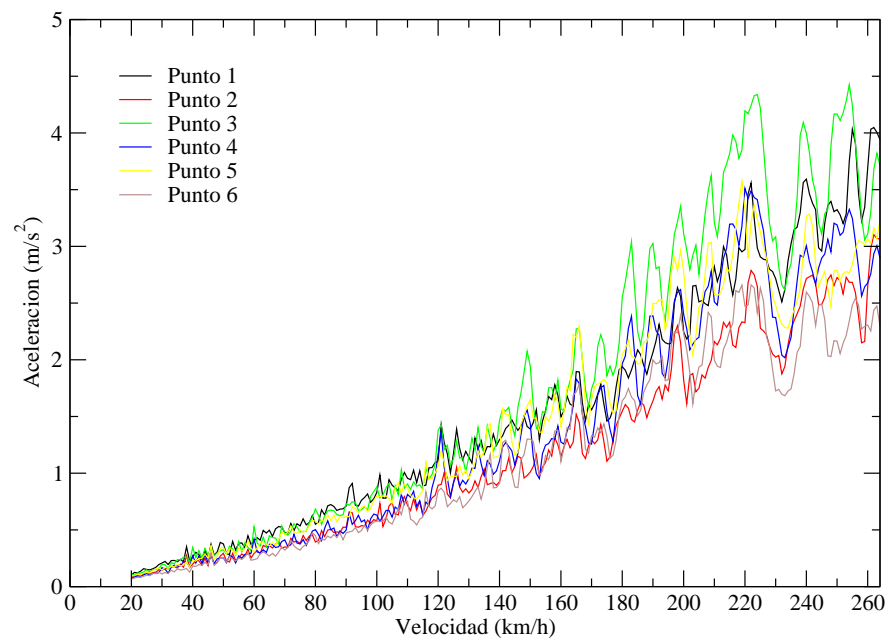


Figura 6.39: Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con celosía tipo 1.

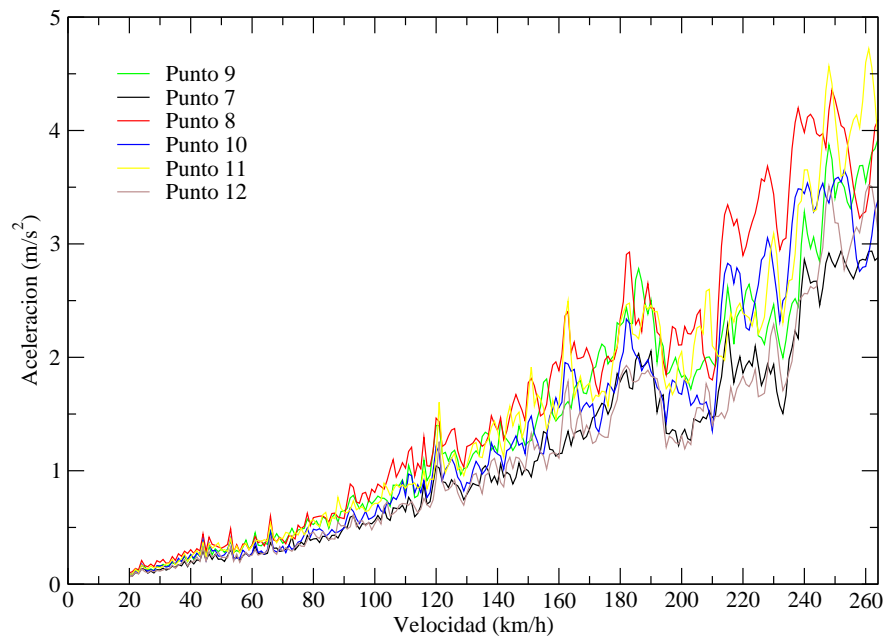


Figura 6.40: Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con celosía tipo 1.

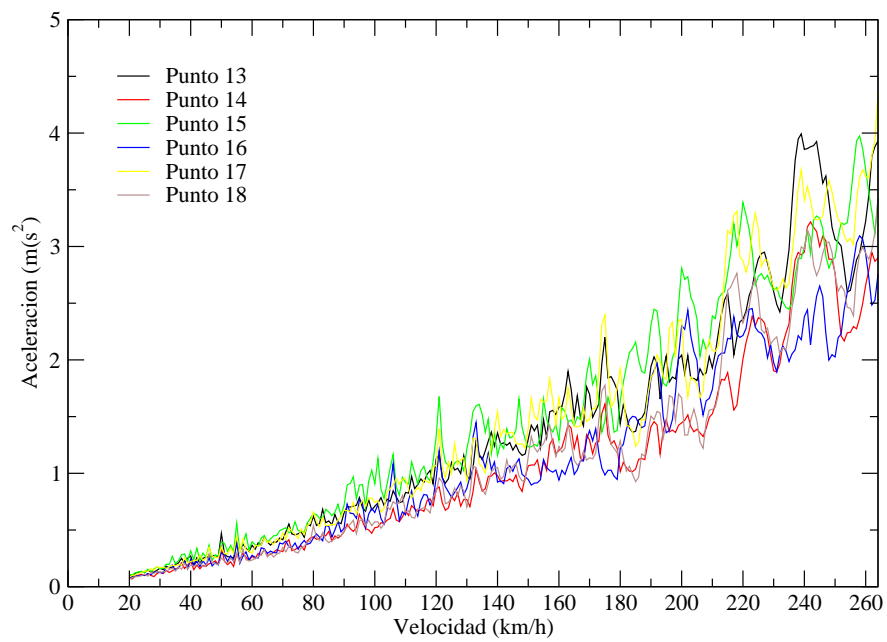


Figura 6.41: Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con celosía tipo 1.

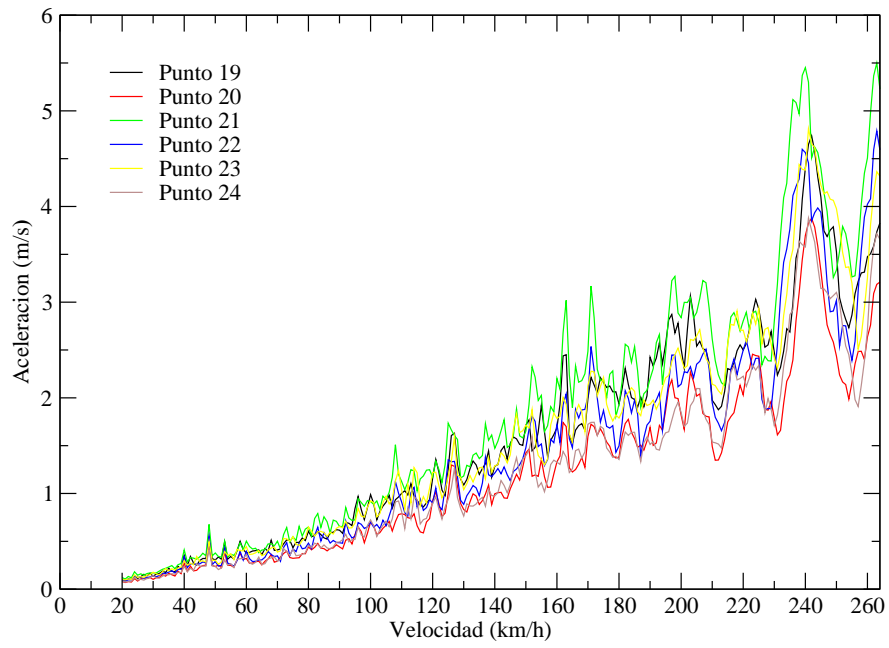


Figura 6.42: Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con celosía tipo 1.

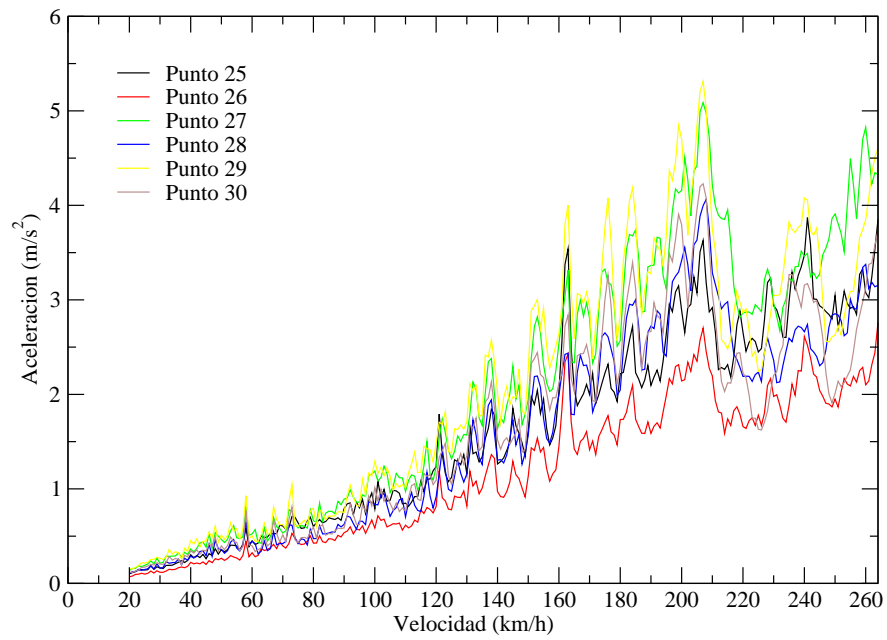


Figura 6.43: Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con celosía tipo 1.

Celosía tipo II.

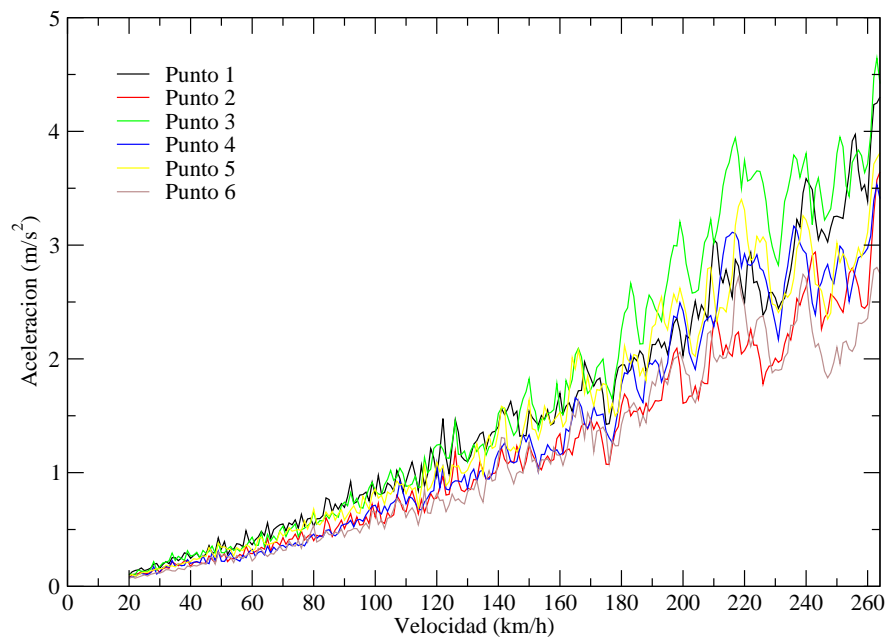


Figura 6.44: Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con celosía tipo 2.

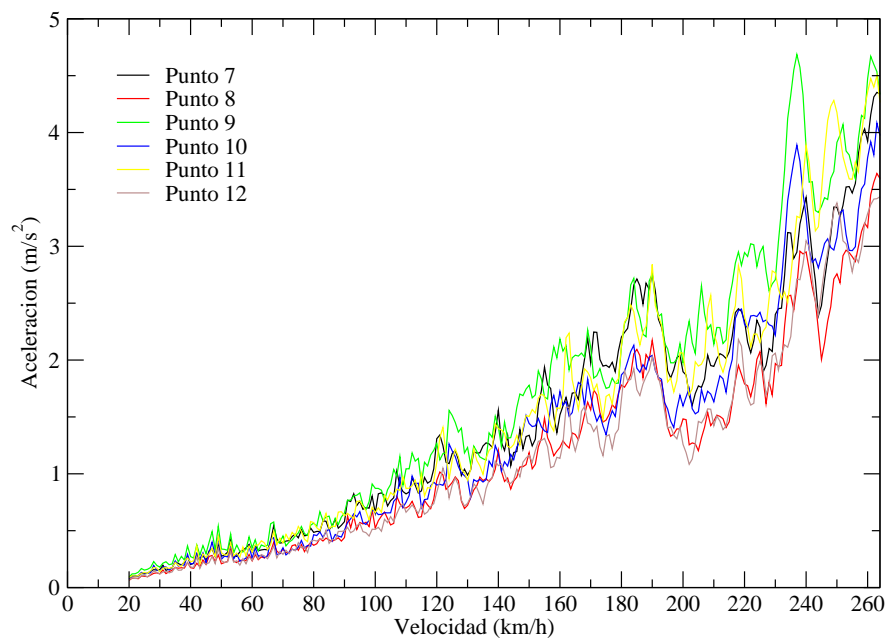


Figura 6.45: Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con celosía tipo 2.

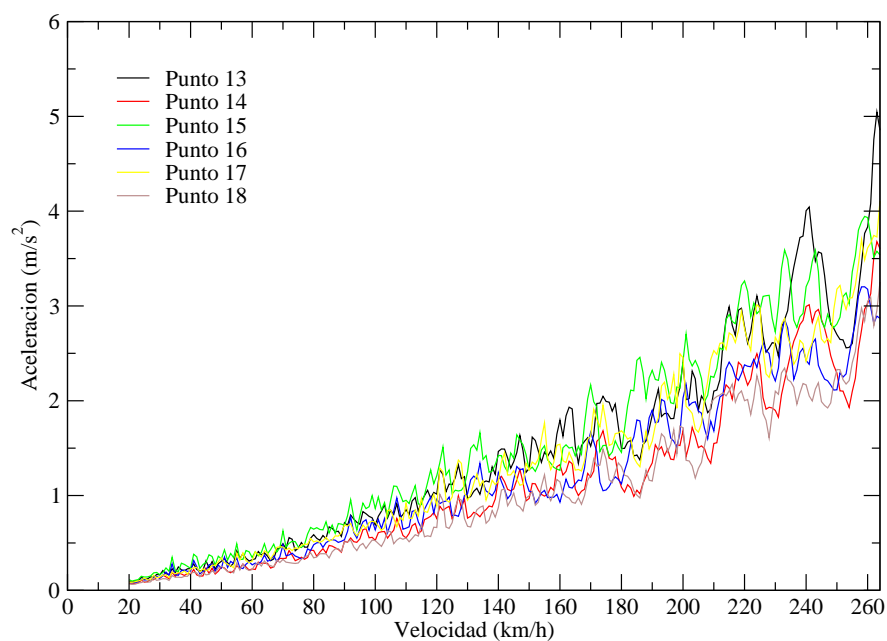


Figura 6.46: Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con celosía tipo 2.

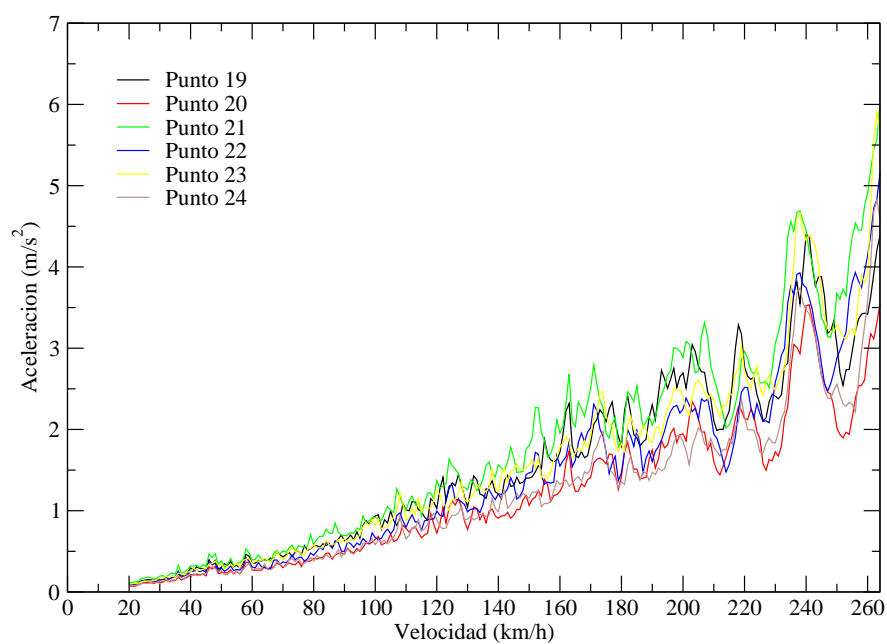


Figura 6.47: Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con celosía tipo 2.

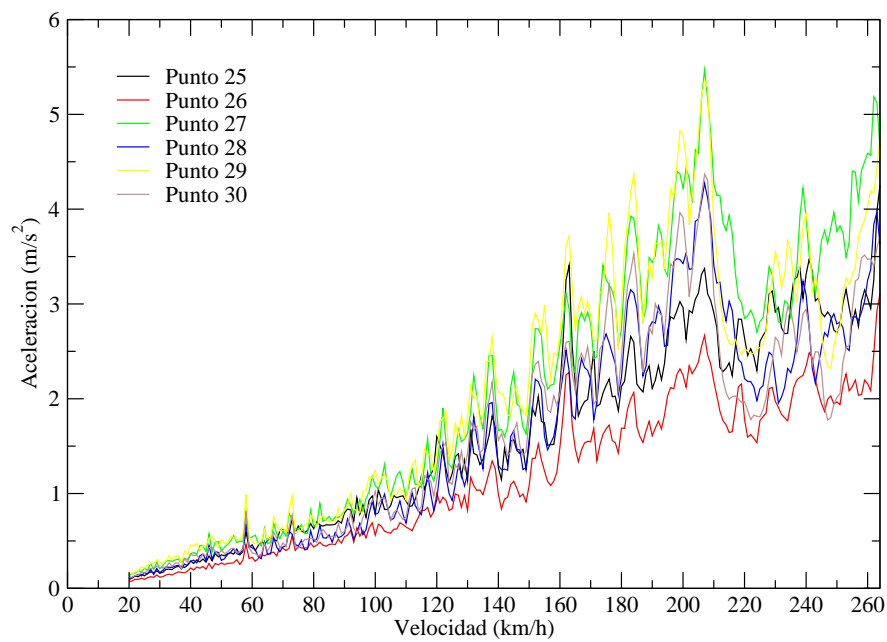


Figura 6.48: Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con celosía tipo 2.

Viga de canto variable.

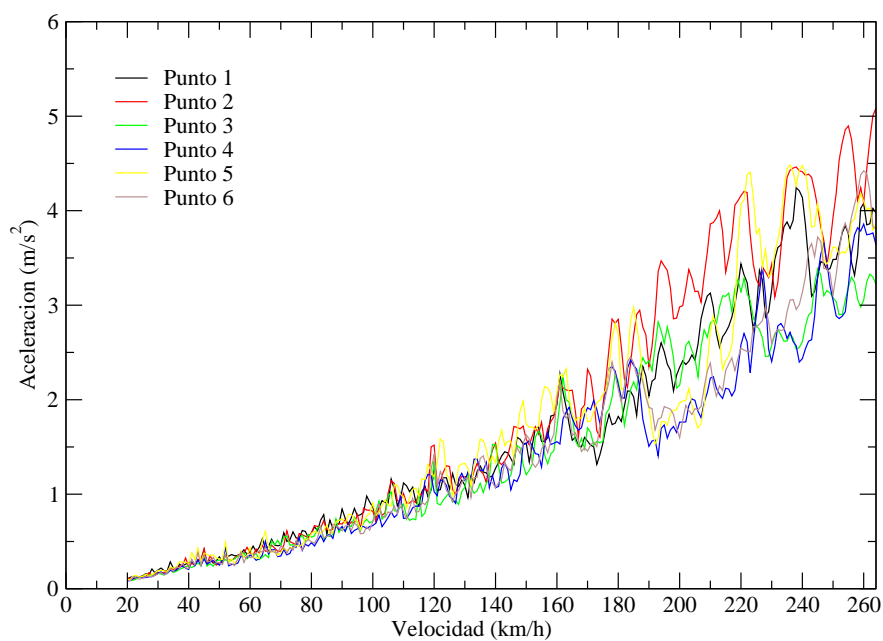


Figura 6.49: Envolvente de aceleraciones en vano 1, solución con viga de canto variable.

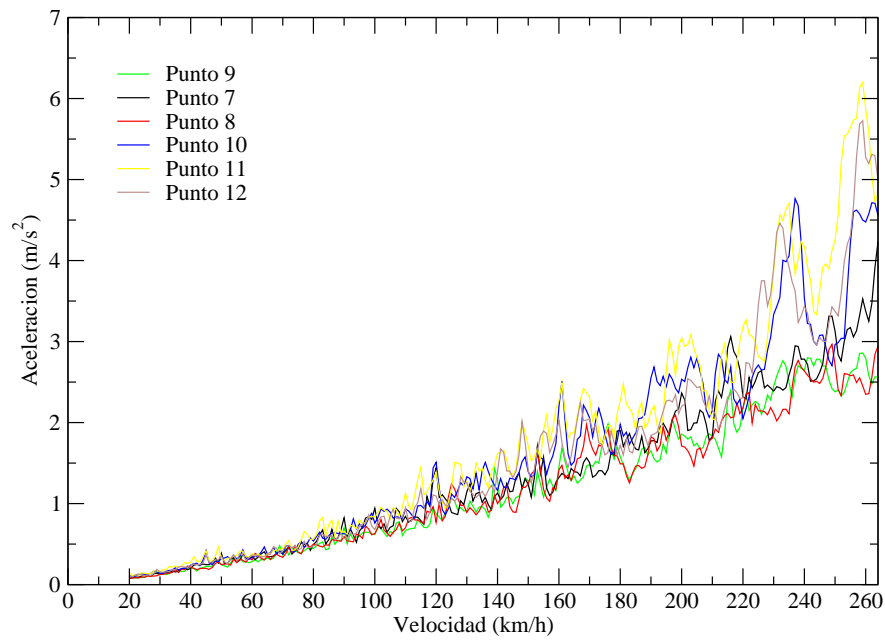


Figura 6.50: Envolvente de aceleraciones en vano 2, solución con viga de canto variable.

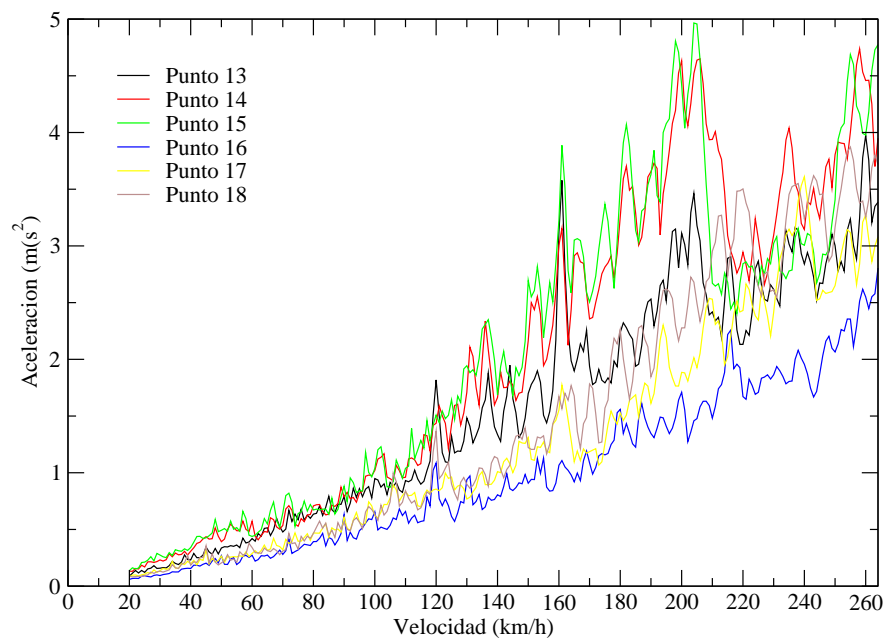


Figura 6.51: Envolvente de aceleraciones en vano 3, solución con viga de canto variable.

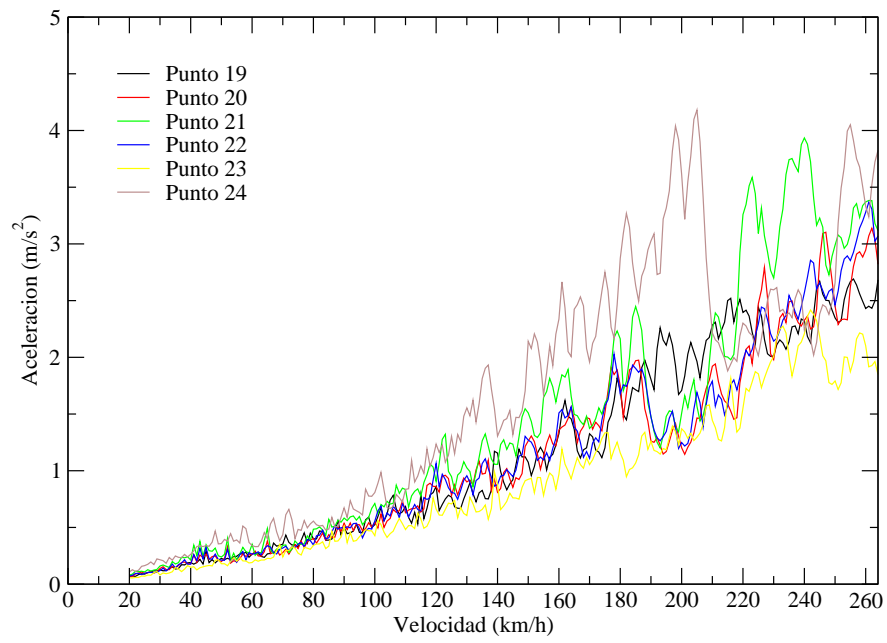


Figura 6.52: Envolvente de aceleraciones en vano 4, solución con viga de canto variable.

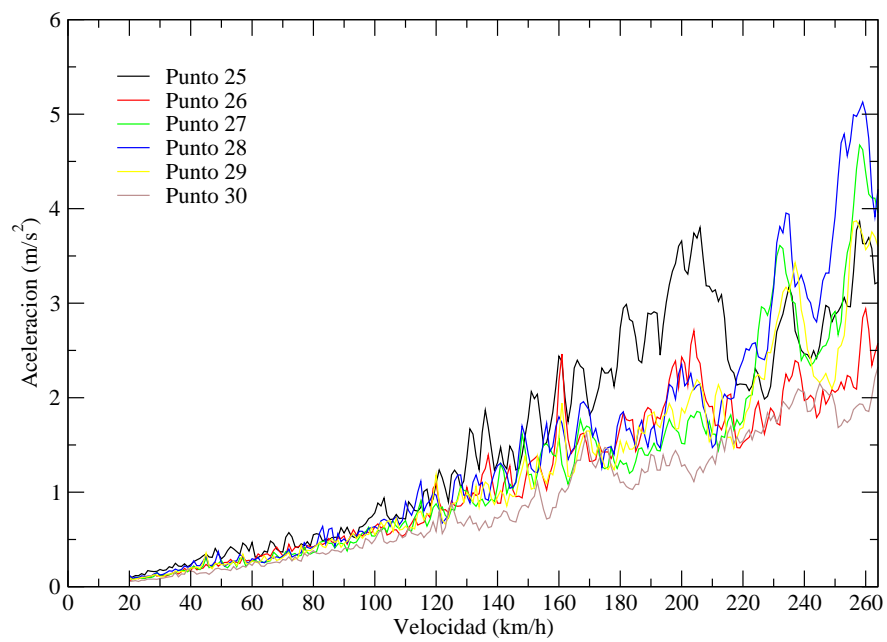


Figura 6.53: Envolvente de aceleraciones en vano 5, solución con viga de canto variable.

6.3.2. Análisis de sensibilidad al coeficiente de amortiguamiento

En este apartado se recogen los análisis de sensibilidad aceleración vs factor de amortiguamiento, que se anunciaban en el planteamiento.

Solución original.

Una vez realizado el barrido de trenes sobre la estructura original y los valores del coeficiente de amortiguamiento previamente indicados, podemos esquematizar los datos obtenidos en la siguiente gráfica:

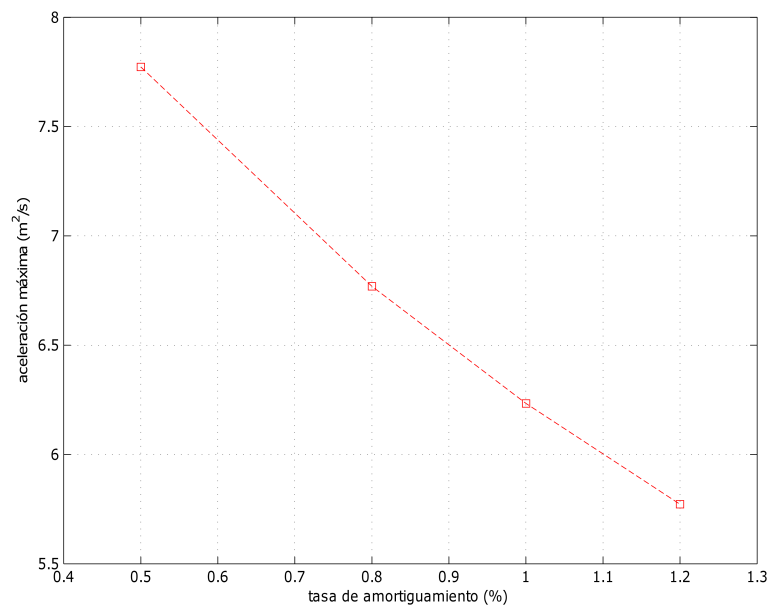


Figura 6.54: Análisis de sensibilidad aceleración vs factor de amortiguamiento en solución inicial.

Aumento del canto de losa

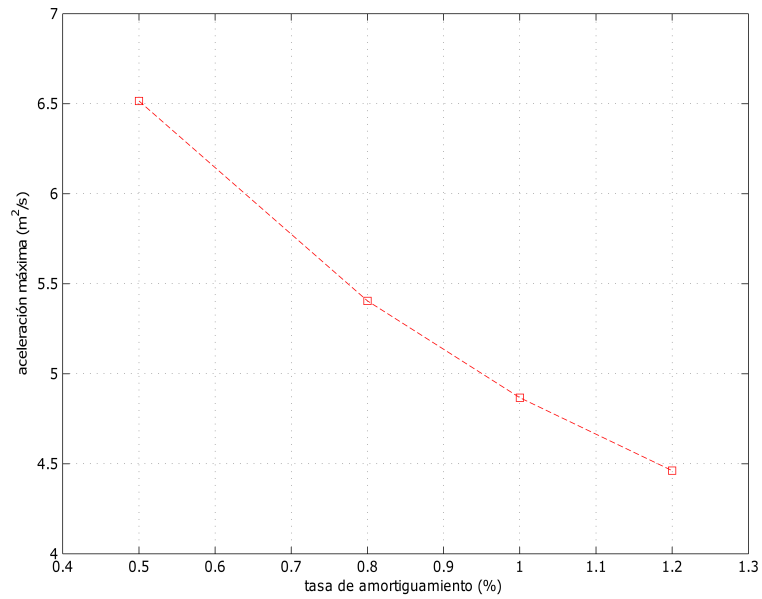


Figura 6.55: Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en el modelo de losa de 40cm.

Aumento del número de péndolas

Del mismo modo que la anterior, dicho análisis de sensibilidad queda esquematizado en la gráfica siguiente:

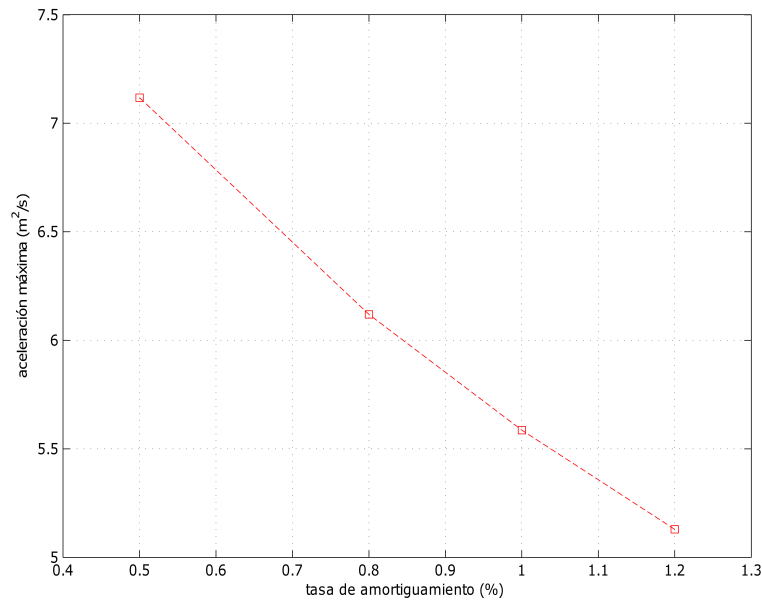


Figura 6.56: Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con mayor número de péndolas.

Aumento del número de péndolas y losa de 40cm.

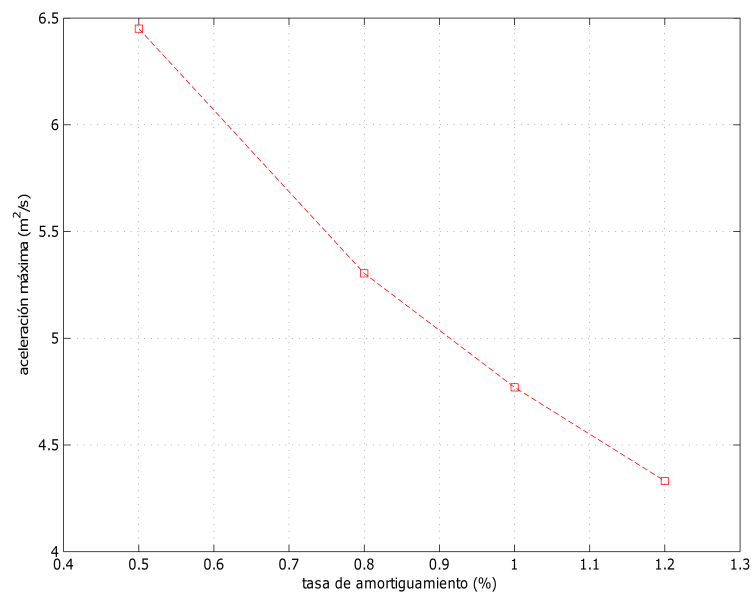


Figura 6.57: Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con mayor número de péndolas y losa 40cm.

Péndolas Network.

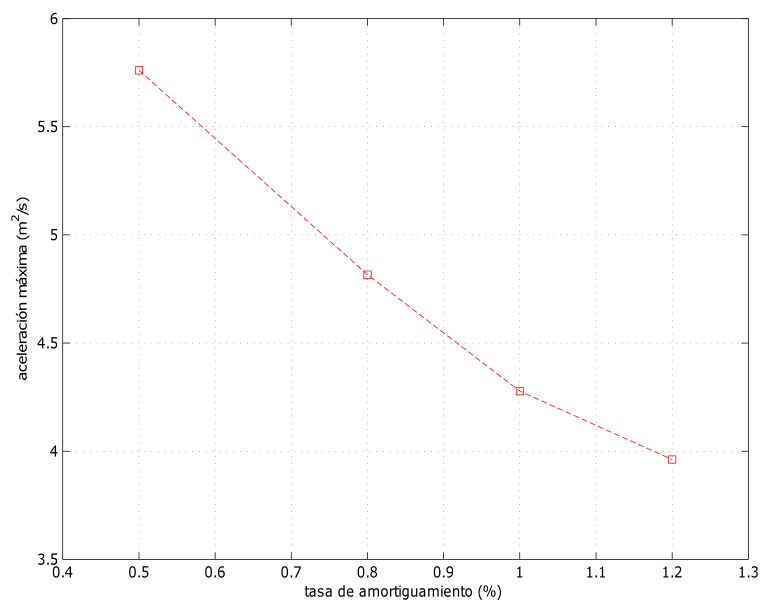


Figura 6.58: Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con péndolas tipo Network.

Celosía tipo1.

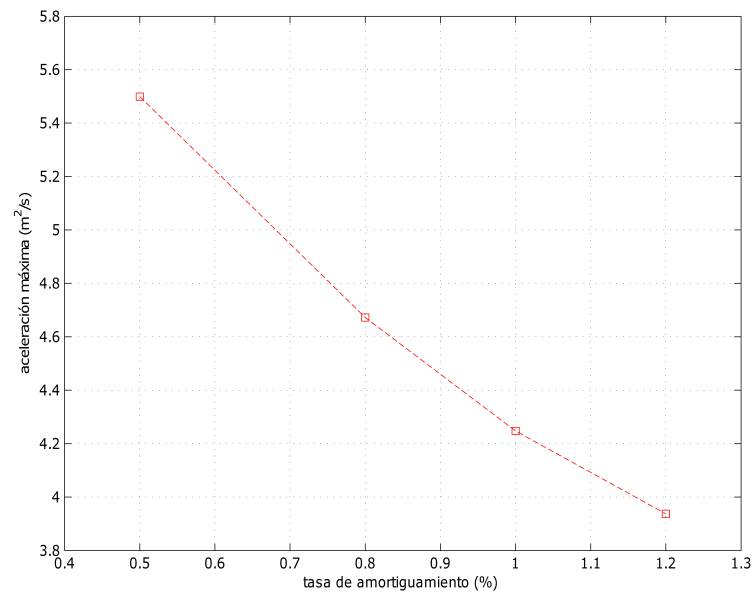


Figura 6.59: Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con celosía tipo 1.

Celosía tipo2.

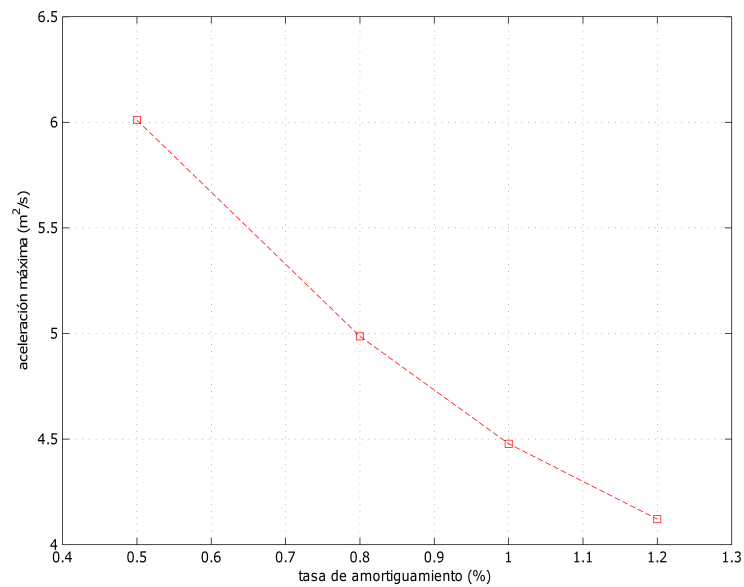


Figura 6.60: Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con celosía tipo 2.

Viga de canto variable.

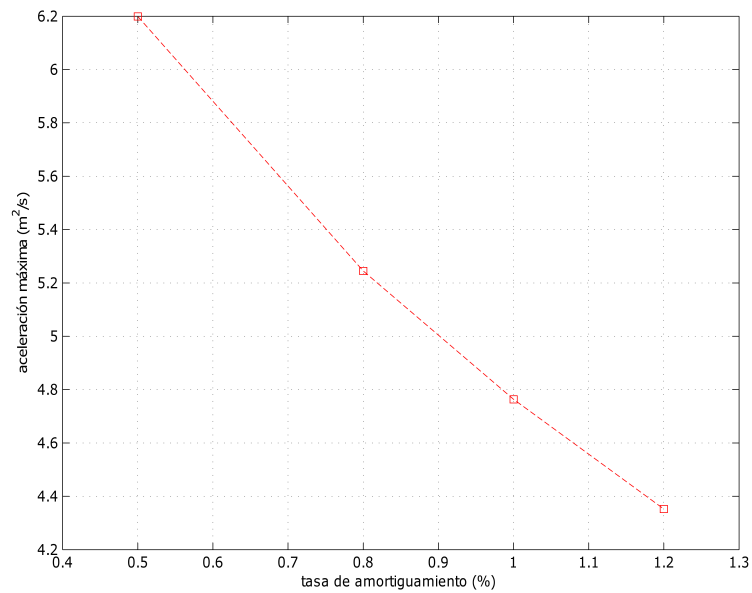


Figura 6.61: Análisis de sensibilidad aceleración vs tasa de amortiguamiento en solución con vigas de canto variable.

6.3.3. Efecto P-Delta.

En este apartado se analizará la posible influencia de los efectos de segundo orden, P-Delta, sobre las dos tipologías de celosía propuestas, en términos de frecuencias fundamentales de vibración y aceleraciones envolventes.

Celosía tipo1

En primer lugar, se realizará la comparación de los 26 primeros modos naturales de vibración entre el modelo considerando efecto P-Delta y el modelo con efectos de primer orden. Como se observa en la tabla de abajo, se observan diferencias notables conforme van aumentando los modos:

Modos fundamentales	Análisis lineal	P Δ	Diferencia
1	2.5795	2.5849	-0.0054
2	2.9475	2.9506	-0.0031
3	3.3511	3.3507	0.0004
4	3.4959	3.4796	0.0163
5	3.5804	3.5144	0.0659
6	3.6903	3.6946	-0.0043
7	3.8647	3.8667	-0.0020
8	3.9605	3.9669	-0.0064
9	4.244	4.2443	-0.0003
10	4.5767	4.5774	-0.0008
11	4.7551	4.7670	-0.0119
12	5.2984	5.3086	-0.0102
13	5.5822	5.4296	0.1526
14	5.9175	5.9196	-0.0021
15	5.9284	5.9316	-0.0032
16	6.0796	6.0865	-0.0069
17	6.3352	6.3424	-0.0072
18	6.7131	6.7232	-0.0102
19	6.8235	6.8247	-0.0013
20	7.0223	7.0391	-0.0168
21	7.2168	7.2180	-0.0012
22	7.3721	7.3864	-0.0143
23	7.3942	7.4107	-0.0165
24	7.5867	7.5684	0.0183
25	7.7551	7.6564	0.0987
26	7.886	7.8538	0.0322

Tabla 6.4: Modos fundamentales de vibración, lineales y de segundo orden para el modelo de celosía tipo1.

Dadas las diferencias registradas respecto al modelo sin considerar efecto P-Delta, se puede pensar que podría afectar a las aceleraciones envolventes. Por ello se realiza un barrido de trenes idéntico al realizado para el modelo sin P-Delta, obteniéndose una aceleración pico envolvente de valor 5.44337 m/s^2 , que en comparación con la aceleración del primero de valor 5.4993559 m/s^2 , vemos que la diferencia, de valor 0.0559 m/s^2 , es despreciable por lo que no se tendrá en cuenta finalmente en el cálculo.

Celosía Tipo2

Para esta segunda tipología de celosía Nielsen se desarrolla un análisis similar, de modo que la comparación en frecuencias fundamentales resultaría:

Modos fundamentales	Análisis lineal	P Δ	Diferencia
1	2.6595	2.6660	-0.0064
2	2.9820	2.9845	-0.0025
3	3.2574	3.2634	-0.0060
4	3.4607	3.4149	0.0458
5	3.4981	3.4627	0.0353
6	3.6448	3.6464	-0.0016
7	3.8931	3.8948	-0.0016
8	3.9816	3.9886	-0.0071
9	4.2423	4.2429	-0.0006
10	4.5420	4.5498	-0.0077
11	4.6296	4.6343	-0.0047
12	5.2672	5.2784	-0.0112
13	5.4540	5.3017	0.1523
14	5.9074	5.9086	-0.0012
15	5.9182	5.9233	-0.0052
16	6.0702	6.0769	-0.0067
17	6.3369	6.3443	-0.0073
18	6.6471	6.6493	-0.0022
19	6.7197	6.7299	-0.0102
20	7.0320	7.0480	-0.0160
21	7.1404	7.1417	-0.0013
22	7.3976	7.4155	-0.0179
23	7.6063	7.4838	0.1224
24	7.6230	7.6213	0.0017
25	7.8548	7.8124	0.0424
26	7.9037	7.9145	-0.0108

Tabla 6.5: Modos fundamentales de vibración, lineales y de segundo orden para el modelo de celosía tipo2.

De nuevo, las notables diferencias detectadas en términos de frecuencia aconsejan la realización del barrido de trenes. En este caso se obtiene una aceleración pico envolvente de valor 6.0832 m/s^2 , que en comparación con la aceleración de análisis sin considerar el efecto P-Delta, de valor 6.0103 m/s^2 , se obtiene una diferencia de 0.0729 m/s^2 , de nuevo despreciable por lo que no se tendrá en cuenta finalmente en el cálculo.

6.3.4. Análisis de la resonancia.

Una vez hallados los picos de máxima aceleración, los trenes y los puntos de postproceso donde estos se dan, se realiza un análisis en el dominio de la frecuencia con el fin de determinar los modos culpables de los fenómenos resonantes que se presentan para así ir analizando como varían los mismos en las distintas alternativas propuestas.

Aumento de canto de losa.

Del mismo modo del que procedimos en la solución original, se dispone a la determinación de los espectros de frecuencia de las señales cercanas a la velocidad de resonancia para la determinación de los modos culpables de la resonancia.

En este caso corremos la serie temporal del tren 3, a una velocidad de 250 km/h y el punto de postproceso de centro de vano de aproximación de 30m, de resultados presentados en la gráfica 6.62:

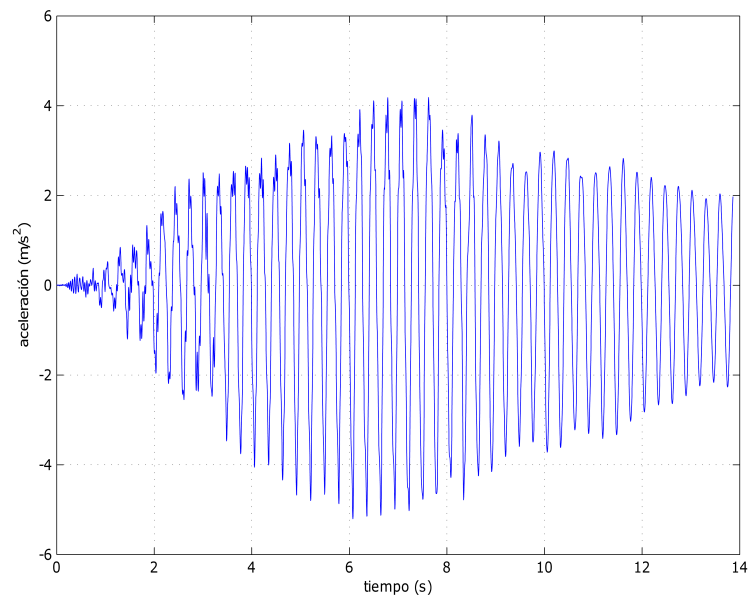


Figura 6.62: Serie temporal tren 3 velocidad 250 km/h, modelo con canto de losa de 40cm.

Espectro de aceleraciones:

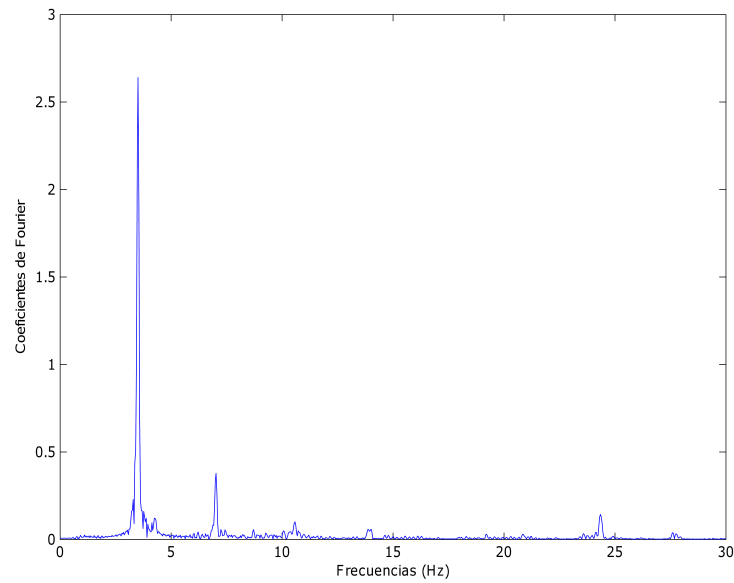


Figura 6.63: Espectro de aceleraciones de modelo de losa de 40cm.

En dicho espectro se aprecian dos picos en la gráfica pertenecientes a las frecuencias 3.515 Hz, como primer modo resonante, y 7.03 Hz. Este primer modo resonante corresponde al sexto modo principal de vibración, representado en la figura 6.64:



Figura 6.64: Modo resonante de modelo losa 40cm.

Al igual que hicimos para la estructura original, comparamos las frecuencias de vibración que imponen los ejes del tren que propicia la aparición de la aceleración pico, en este caso el tren 3. Tomando los datos adjuntos en la iapf, podremos determinar las distancias entre bogies de los distintos componentes del tren, indicados en la siguiente tabla:

	Locomotora	Coche intermedio	Coche de pasajeros
d (m)	11	17	20
t_e (s)	0.1584	0.24822	0.288
Frecuencia $f=1 : t_e$	6.313131313	4.028684232	3.472222222

Tabla 6.6: Características dinámicas tren para modelo de losa de 40cm.

De nuevo se comprueba que el responsable de este modo resonante es el coche de pasajeros.

También resulta interesante analizar la composición por trenes en dicho punto resonante, con el fin de visualizar la contribución de los distintos trenes en la respuesta resonante.

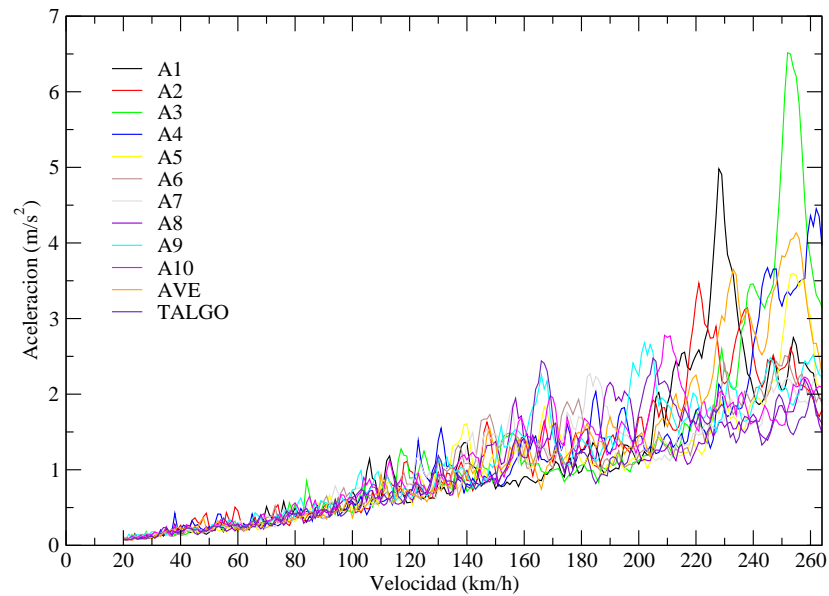


Figura 6.65: Composición por trenes en punto 21, alternativa con losa de 40cm.

Aumento del número de péndolas.

En este caso corremos la serie temporal del tren 3, a una velocidad de 255 km/h y el punto de postproceso de centro de vano de aproximación de 30m, de resultados presentados en la gráfica de abajo:

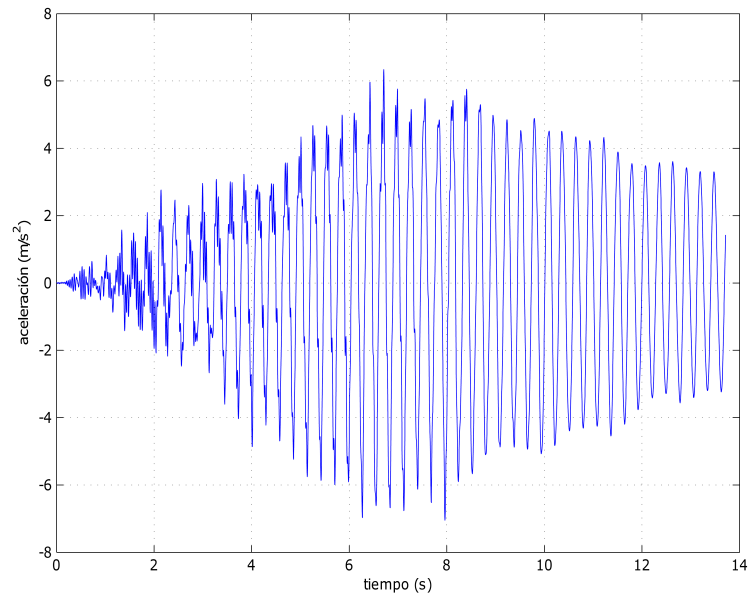


Figura 6.66: Serie temporal tren 3 velocidad 255 km/h, modelo con mayor número de péndolas.

Espectro de aceleraciones:

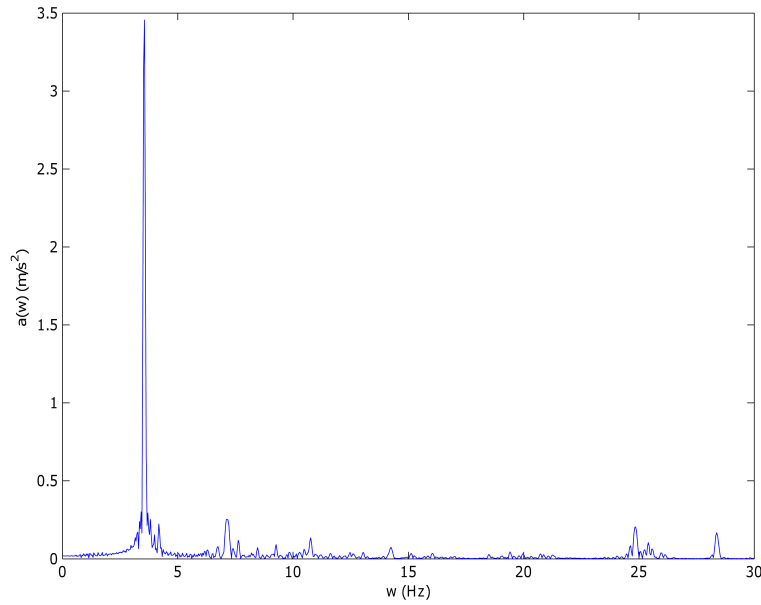


Figura 6.67: Espectro de aceleraciones de modelo con mayor número de péndolas.

En este nuevo modelo se aprecia un gran pico resonante frente a pequeños picos despreciables repartidos por el resto del espectro. Dicho pico resonante se da para una frecuencia de 3.55 Hz, correspondiente al sexto modo de vibración natural representado en la figura 6.68:

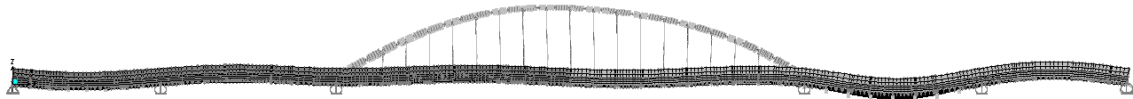


Figura 6.68: Modo resonante modelo con más péndolas.

De nuevo el pico de aceleración se da para el tren 3 y una frecuencia cercana al del modelo anterior, por lo tanto, el coche de pasajeros será una vez más el responsable del hallado pico resonante.

La composición por trenes para esta alternativa:

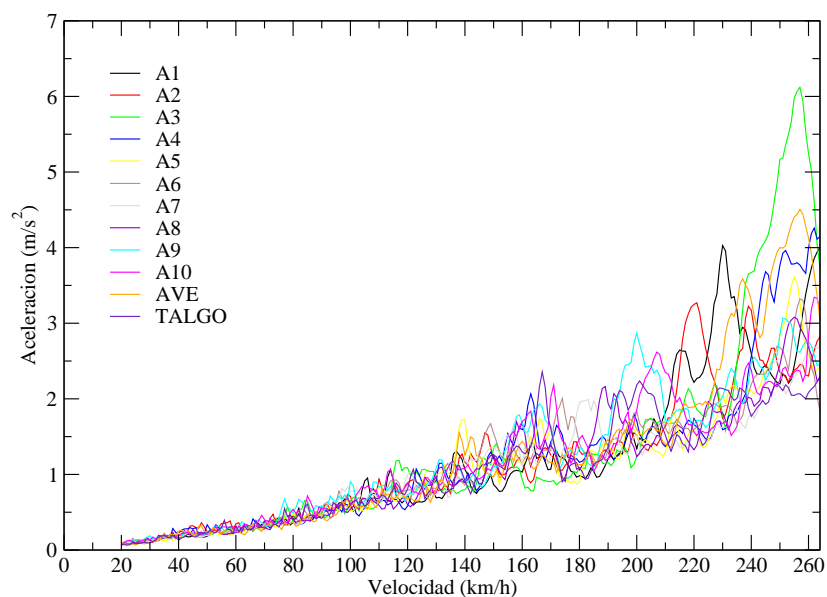


Figura 6.69: Composición por trenes en punto 21, alternativa con más péndolas.

Aumento del número de péndolas y losa de 40cm.

En este caso corremos la serie temporal del tren 4, a una velocidad de 260 km/h y el punto de postproceso de centro de vano de aproximación de 30m, de resultados presentados en la gráfica de abajo:

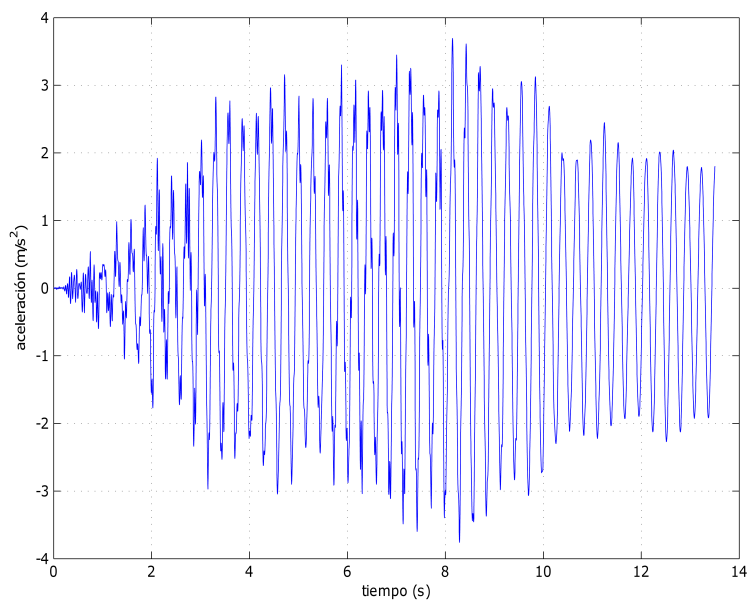


Figura 6.70: Serie temporal tren 4 velocidad 260 km/h , modelo con mayor número de péndolas y losa de 40cm.

Espectro de aceleraciones:

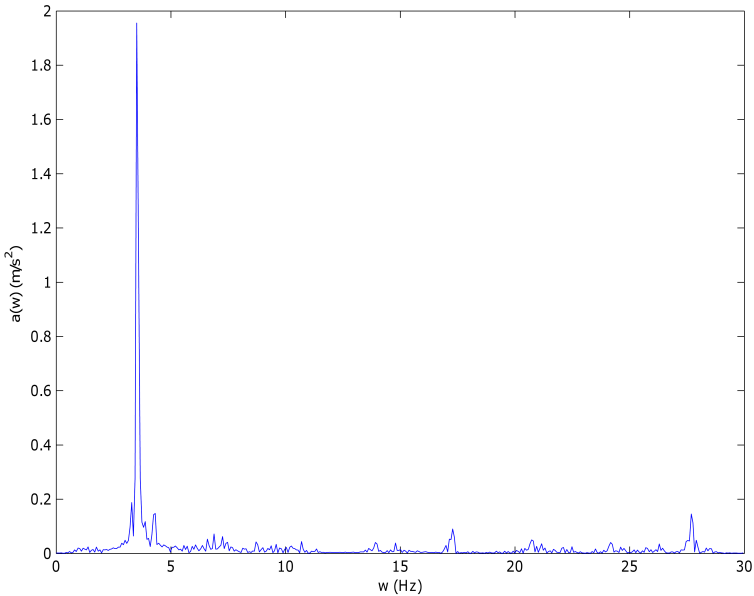


Figura 6.71: Espectro de aceleraciones del modelo con mayor número de péndolas y losa 40cm.

Al igual que en el caso anterior, de nuevo aparece un gran pico resonante aislado para una frecuencia de 3.516 Hz correspondiente de nuevo al sexto modo natural de vibración, de configuración idéntica a la del caso anterior.

En este caso, el tren que provoca el fenómeno resonante es el tren 4 por lo que una vez más analizamos las frecuencias de vibración que imponen los ejes del tren:

	Locomotora	Coche intermedio	Coche de pasajeros
d (m)	11	18	21
t_e (s)	0.1523	0.2456	0.2907
Frecuencia $f=1 : t_e$	6.5657	4.0717	3.4392

Tabla 6.7: Características dinámicas tren para alternativa con mayor número de péndolas y losa de 40cm.

Una vez más, la frecuencia de vibración impuesta por el coche de pasajeros parece ser la culpable del fenómeno resonante analizado.

La composición por trenes para esta alternativa:

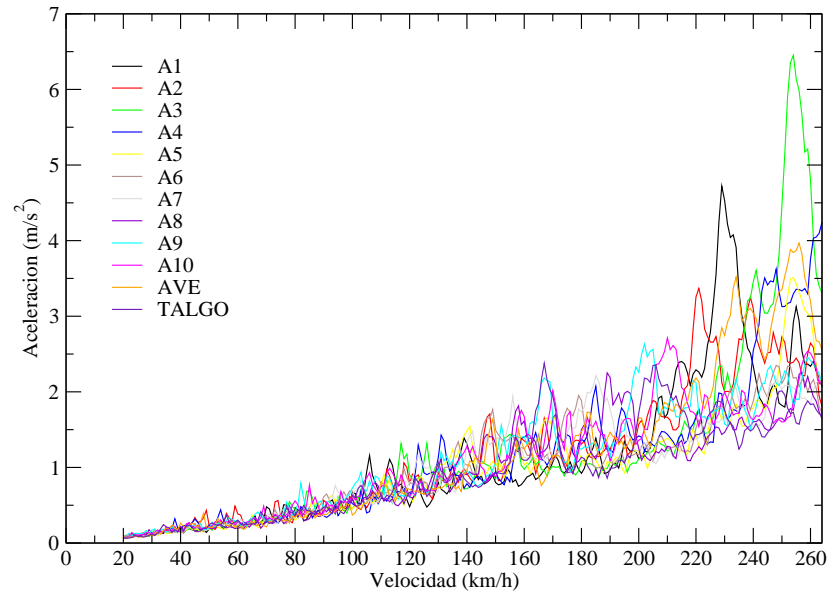


Figura 6.72: Composición por trenes en punto 21, alternativa con más péndolas y losa de 40cm.

Péndolas Network.

En este caso corremos la serie temporal del tren 3, a una velocidad de 250 km/h y el punto de postproceso de centro de vano de aproximación de 30m, punto 21, de resultados presentados en la gráfica 6.73:

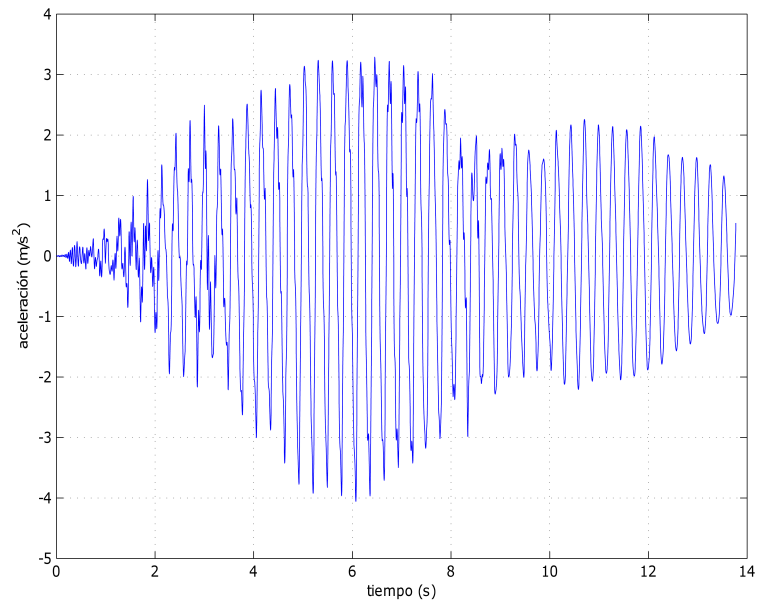


Figura 6.73: Serie temporal tren 3 velocidad 250 km/h en punto 21, modelo de péndolas Network.

Espectro de aceleraciones:

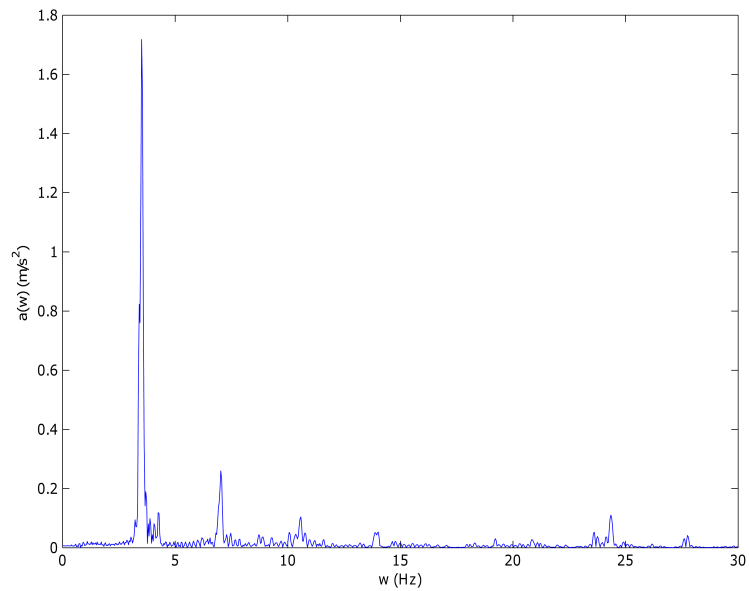


Figura 6.74: Espectro de aceleraciones de modelo de péndolas Network.

En dicho espectro se vuelven a apreciar dos picos en la gráfica pertenecientes a las frecuencias 3.515 Hz, como primer modo resonante, y 7.029 Hz. Este primer modo resonante corresponde al sexto modo principal de vibración, representado en la figura 6.75:

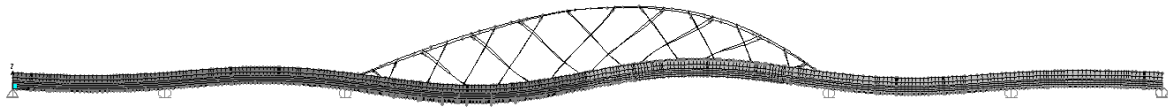


Figura 6.75: Modo resonante en modelo de péndolas Network.

El tren responsable vuelve a ser el tren 3, de frecuencia 3.47 Hz para el coche de pasajeros y para una velocidad de paso de 250km/h, por lo tanto de nuevo vuelve a ser el responsable del acusado fenómeno resonante.

La composición por trenes para esta alternativa:

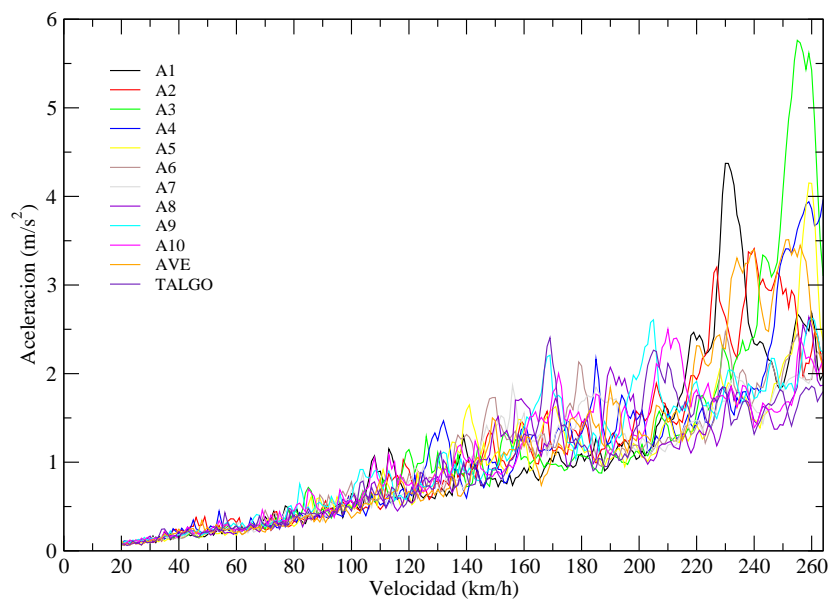


Figura 6.76: Composición por trenes en punto 21, alternativa con péndolas tipo Network.

Celosía tipo 1.

En este caso corremos la serie temporal del tren 3, a una velocidad de 250 km/h y el punto de postproceso de centro de vano de aproximación de 30m, de resultados presentados en la gráfica de abajo:

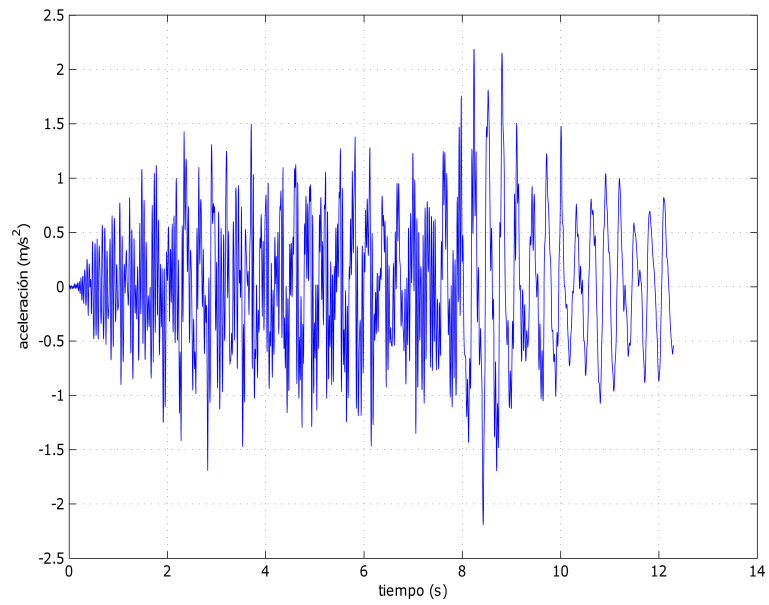


Figura 6.77: Serie temporal tren 3 velocidad 250 km/h, modelo de celosía tipo 1.

Espectro de aceleraciones:

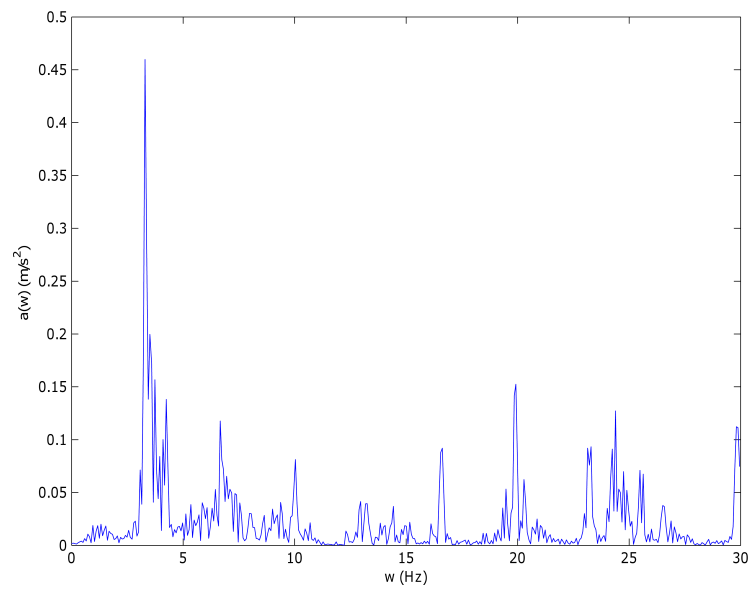


Figura 6.78: Espectro de aceleraciones del modelo de celosía tipo 1.

En la presente tipología se observa un espectro con un mayor ruido con la presencia de un pico resonante principal y varios picos secundarios aunque no despreciables. Entre ellos destacamos la frecuencia resonante principal correspondiente a 3.296 Hz, y los picos secundarios de frecuencias 7.1029 Hz, 10.0344 Hz, 16.63 Hz, 19.9223 Hz, 24.3902 Hz y 29.8102 Hz. Este primer modo resonante corresponde al tercer modo principal de vibración representado en la figura 6.79. Este nuevo caso estructural presenta considerables diferencias respecto al patrón seguido en los modelos anteriores, esto parece razonable puesto que es la alternativa estructural que modifica con mayor intensidad el esquema inicial.



Figura 6.79: Modo resonante en modelo con celosía tipo 1.

Una vez más trabajamos sobre la serie temporal del tren 3 y velocidad 250 km/h de datos arriba indicados. La frecuencia de vibración resonante y la impuesta por la distancia entre boogies del coche de pasajeros se aproximan considerablemente por lo que se vuelve a señalar a éste como responsable del fenómeno resonante.

La composición por trenes para esta alternativa:

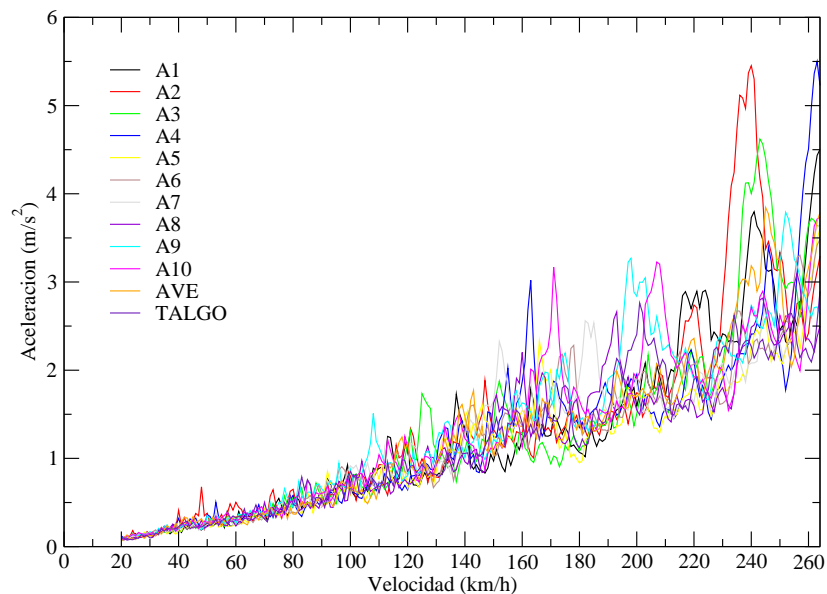


Figura 6.80: Composición por trenes en punto 21, alternativa con celosía tipo 1.

Celosía tipo 2.

En este caso corremos la serie temporal del tren 3, a una velocidad de 260 km/h y el punto de postproceso de centro de vano de aproximación de 30m (punto de postproceso 21), de resultados presentados en la gráfica de abajo:

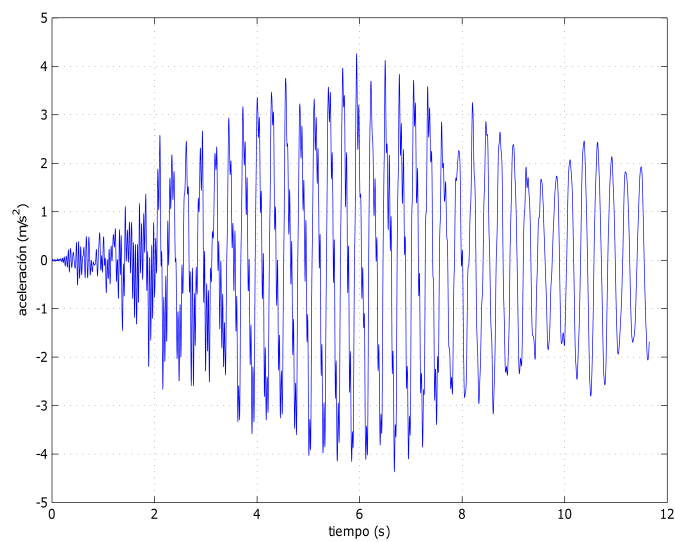


Figura 6.81: Serie temporal tren 4 velocidad 260 km/h

Espectro de aceleraciones:

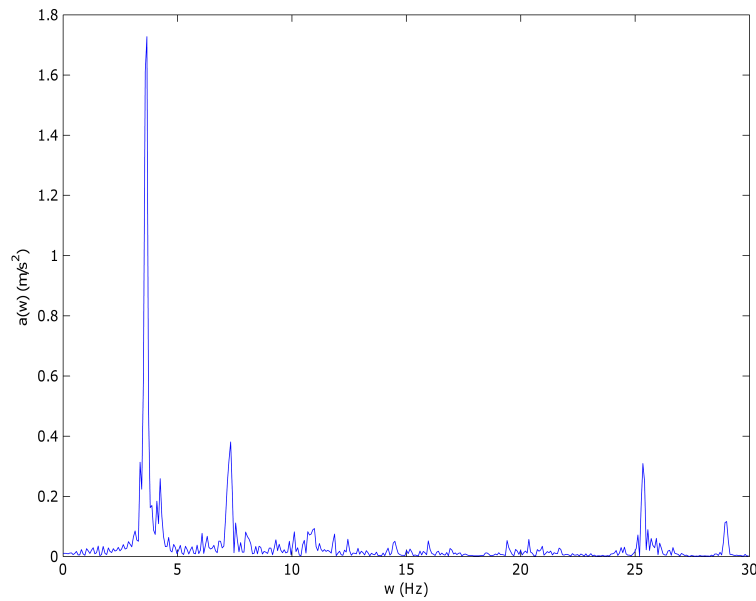


Figura 6.82: Espectro de aceleraciones del modelo de celosía tipo 2.

A diferencia del caso anterior, en esta nueva celosía se aclara el espectro de frecuencias apareciendo un gran pico, alrededor de la frecuencia 3.66 Hz, y dos picos secundarios para las frecuencias 7.32 Hz y 24.35 Hz. Este primer modo resonante corresponde al sexto modo principal de vibración representado en la figura 6.79.

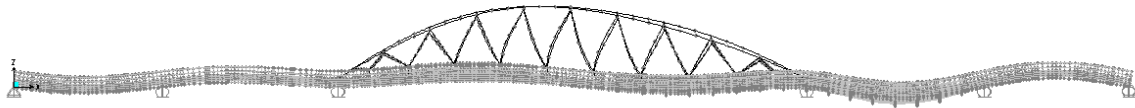


Figura 6.83: Modo resonante en modelo con celosía tipo 2.

En este caso se trabaja sobre la serie temporal del tren 3 y velocidad 260 km/h:

	Locomotora	Coche intermedio	Coche de pasajeros
d (m)	11	17	21
t_e (s)	0.1523	0.2387	0.2769
Frecuencia $f=1 : t_e$	6.5656	4.1898	3.6111

Tabla 6.8: Características dinámicas tren para alternativa celosía tipo 2.

De nuevo se comprueba que el responsable de este modo resonante es el coche de pasajeros.

La composición por trenes para esta alternativa:

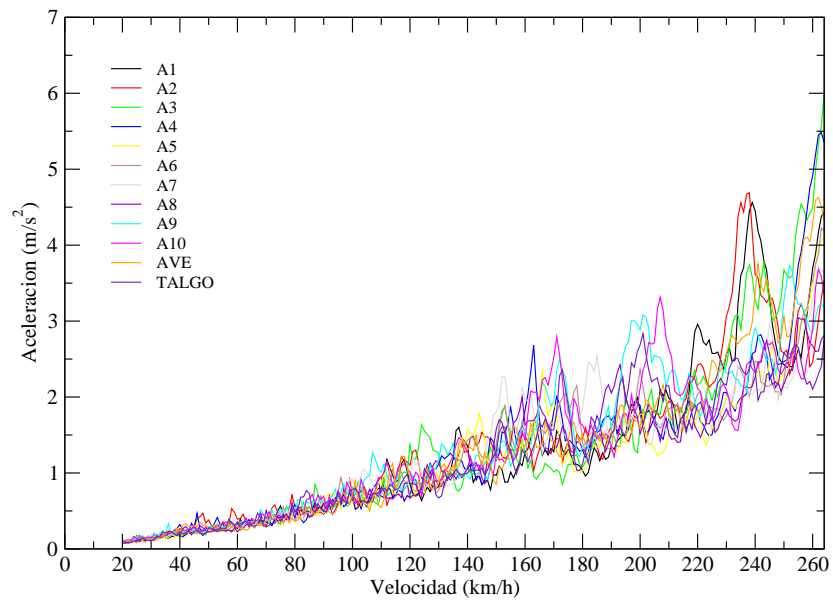


Figura 6.84: Composición por trenes en punto 21, alternativa con celosía tipo 2.

Viga de canto variable.

En este caso corremos la serie temporal del tren 3, a una velocidad de 255 km/h y el punto de postproceso de cuarto de vano de aproximación de 30m, de resultados presentados en la gráfica de abajo:

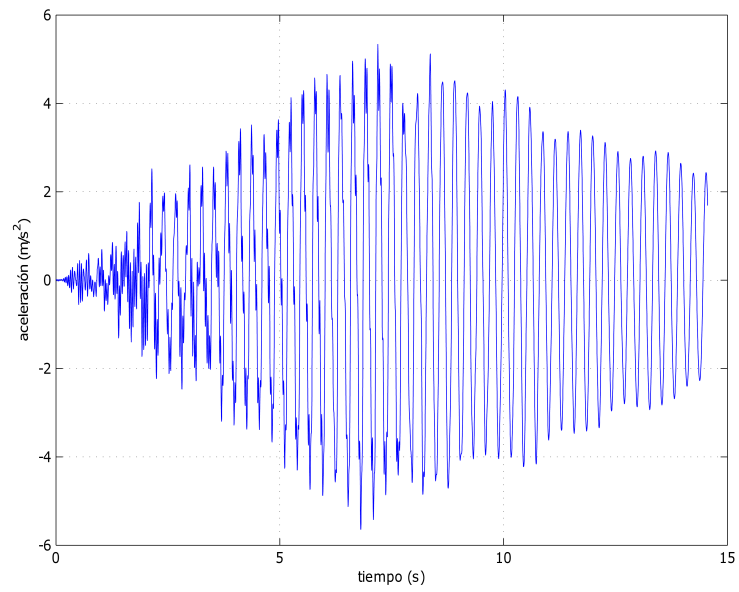


Figura 6.85: Serie temporal tren 3 velocidad 255 km/h, modelo de vigas de canto variable.

Espectro de aceleraciones:

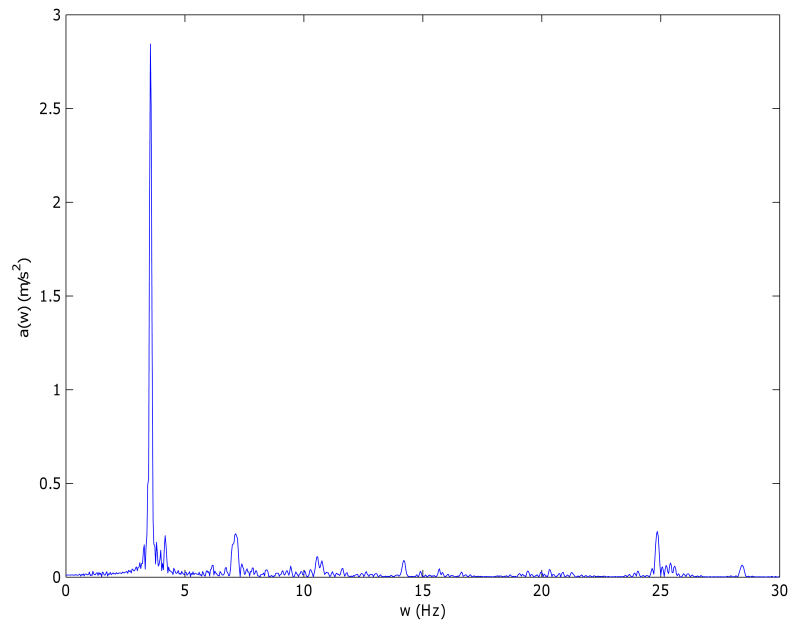


Figura 6.86: Espectro de aceleraciones de modelo de viga de canto variable.

Este último modelo presenta una vez más un gran pico resonante correspondiente a la frecuencia 3.5515 Hz así como otros dos picos secundarios, casi despreciables frente al primero, correspondientes a las frecuencias 7.1395 Hz y 24.8602 Hz. El primer modo resonante corresponde al séptimo modo natural de vibración representado en la figura :



Figura 6.87: Modo resonante en modelo de vigas de canto variable.

Las frecuencias de vibración según los bogies del tren son en este caso:

	Locomotora	Coche intermedio	Coche de pasajeros
d (m)	11	17	20
t_e (s)	0.1553	0.2434	0.2824
Frecuencia $f=1 : t_e$	6.4394	4.1093	3.5417

Tabla 6.9: Características dinámicas tren para alternativa de vigas de canto variable.

Caso último que de nuevo acusa al coche de pasajeros como culpable del fenómeno resonante que experimenta.

La composición por trenes para esta última alternativa:

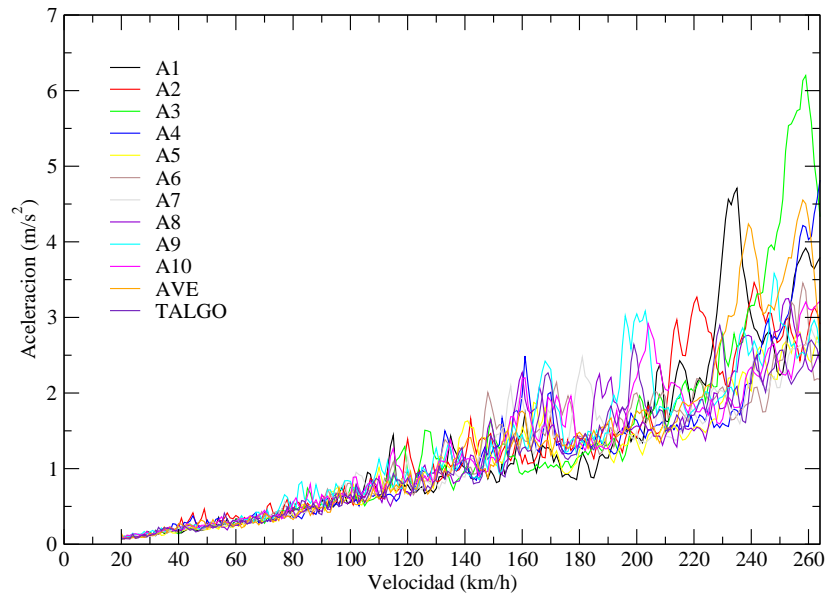


Figura 6.88: Composición por trenes en punto 21, alternativa con viga de canto variable.

6.3.5. Efecto del arco relleno de hormigón.

En último lugar, se plantea la posible mejora que supone el relleno de hormigón del arco frente al cajón metálico sin rellenar. Para ello, se diseña una nueva alternativa con el arco exento de hormigón que posteriormente compararemos con el modelo de arco relleno planteado inicialmente en este proyecto. Con vistas a ser objetivos en la comparación, se modifican las secciones del cajón metálico con el fin de que sea igualmente competente, en términos de flexión cerrando el circuito tracción en el tablero y compresión en el arco, a la alternativa rellena de hormigón. Modificación mostrada en la figura 6.89. También cabe decir que para realizar una comparativa rigurosa, de cara a un caso real, el diseño de esta alternativa debería contemplar un exhaustivo estudio tensional y de abolladura con el fin de diseñar la rigidización necesaria, lo cual no se ha realizado en este caso. No obstante, la influencia de estos elementos en términos de masa y rigidez no alterará en exceso el comportamiento dinámico global del arco, y al haber planteado ambos arcos bajo un mismo criterio, servirá para obtener conclusiones generales.

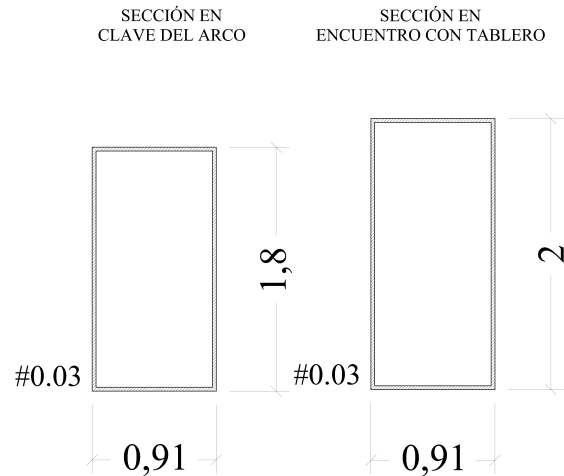


Figura 6.89: Secciones del arco en alternativa sin relleno de hormigón.

Cotas en m.

En este apartado se compara esta alternativa con la original en términos de frecuencia, de envolventes de aceleración, para así poder obtener conclusiones en el último apartado.

Para ello, se realiza sobre esta nueva alternativa el habitual paso de cargas, obteniendo una aceleración pico de 6.8509 m/s^2 . Por otra parte, dada la mayor flexibilidad que se le supone a esta nueva sección de arco, se plantea de nuevo una comparación del análisis lineal y el análisis considerando efectos de segundo orden P-Delta. En términos de los 26 modos principales de frecuencia:

Modos fundamentales	Análisis lineal	$P\Delta$	Diferencia
1	1.9176	1.9029	0.0146
2	2.1255	2.1202	0.0053
3	2.1559	2.1500	0.0060
4	2.5323	2.5993	-0.0670
5	3.2866	3.2844	0.0021
6	3.5110	3.5091	0.0019
7	3.7398	3.7321	0.0077
8	3.7422	3.7417	0.0005
9	4.0944	4.0847	0.0097
10	4.2415	4.2413	0.0002
11	4.5047	4.5110	-0.0063
12	4.5798	4.6008	-0.0210
13	5.0149	4.9966	0.0183
14	5.2860	5.3520	-0.0661
15	5.3843	5.3883	-0.0040
16	5.8629	5.8481	0.0148
17	5.8747	5.8747	-0.0000
18	6.0217	6.0206	0.0012
19	6.3009	6.2944	0.0065
20	6.6745	6.6658	0.0087
21	6.9489	6.9516	-0.0027
22	7.0220	7.0059	0.0161
23	7.3258	7.3302	-0.0044
24	7.4062	7.3889	0.0173
25	7.6277	7.6163	0.0114
26	7.9179	7.9292	-0.0113

Tabla 6.10: Modos fundamentales de vibración, lineales y de segundo orden para el modelo de arco sin relleno de hormigón.

En este segundo análisis, tras realizar el paso de cargas, arroja una aceleración envolvente pico de 6.8562 m/s^2 , ligeramente superior. Se adjuntan las envolventes en los puntos de postproceso 21 y 29, correspondiente a los puntos donde se registran los máximos de aceleración en el modelo de arco metálico y el modelo de arco relleno de hormigón respectivamente, figuras 6.90 y 6.91. Respecto a la solución de arco metálico, parece lógico pensar que la tasa de amortiguamiento se acercará más al impuesto en la Instrucción IAPF, al contrario que el arco relleno de hormigón en el cual casi con toda probabilidad, a falta de realizar mediciones reales, dicho hormigón incrementará la tasa de amortiguamiento global. Por ello, en las envolventes presentadas, figuras 6.90 y 6.91, se representan los casos de arco metálico y tasa de 0,5 % junto con las cuatro envolventes correspondientes a los cuatro valores de tasa de amortiguamiento analizados para el arco relleno de hormigón.

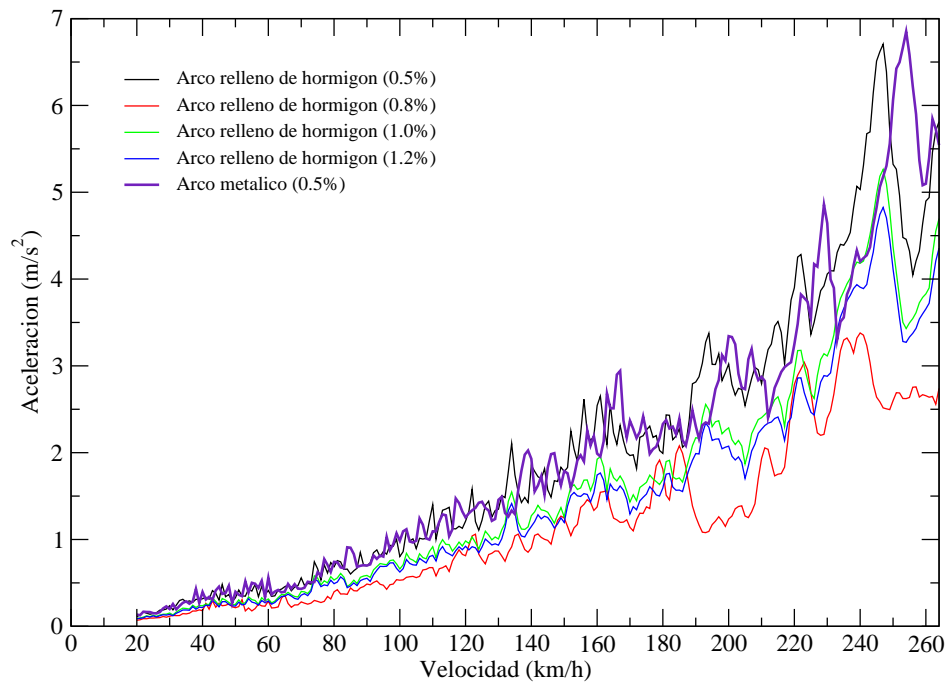


Figura 6.90: Envolventes de aceleraciones para las dos tipologías de arco, punto 21.

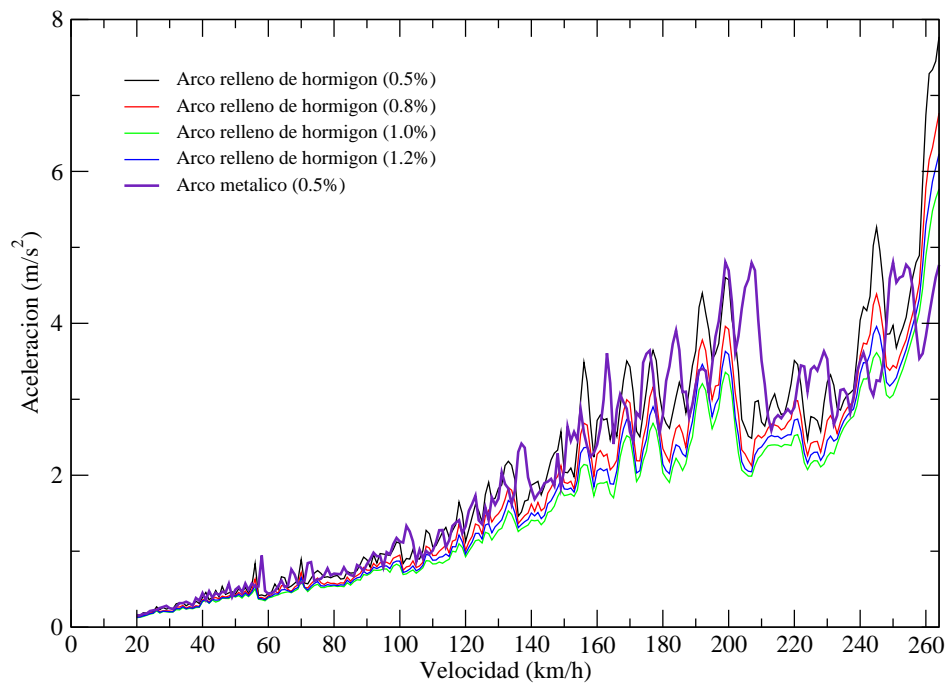


Figura 6.91: Envolventes de aceleraciones para las dos tipologías de arco, punto 29.

CAPÍTULO 7

Conclusiones y aportaciones.

7.1. Valoración económica de alternativas.

Una vez analizados todos los modelos propuestos al paso dinámico de cargas, se plantean índices económicos que, de una manera objetiva, sopesen las ventajas en la respuesta dinámica frente a los recursos económicos invertidos en ellas. Para ello, se estudian las cuantías de acero estructural, acero de las péndolas y volúmenes adicionales de hormigón que puedan darse, como en el caso del arco relleno de hormigón o aumentos de losa.

Los precios comerciales empleados para cada una de las unidades:

- Acero estructural S-355 $\rightarrow 3\text{€/kg}$.
- Acero cerrado de péndolas S1570 $\rightarrow 19\text{€/kg}$.
- Hormigón HA-30 $\rightarrow 68\text{€/m}^3$.

Con ello, se obtienen la siguiente tabla de costes para cada una de las alternativas:

Modelo	Acero estructural (kg)	Acero depéndolas (kg)	Hormigón (m^3)	Coste (€)
1	635841.5	2067.9	93.6	1953180.0
2	635841.5	5171.3	93.6	2012145.3
3	671355.5	0.0	93.6	2020432.9
4	669882.2	0.0	93.6	2023422.5
5	635841.5	2067.9	202.6	1946813.6
6	731726.6	2067.9	0.0	2240835.4
7	692292.5	1818.2	93.6	2125199.8
8	635841.5	4083.0	202.6	1991468.1
9	635841.5	4083.0	93.6	1985101.7

Tabla 7.1: Peso de acero estructural, acero de péndolas, volumen de hormigón y coste para cada alternativa.

(1 \rightarrow Péndolas cuasi-verticales, 2 \rightarrow Péndolas Network, 3 \rightarrow Celosía Tipo 1, 4 \rightarrow Celosía Tipo 2, 5 \rightarrow Losa de 40cm, 6 \rightarrow Arco sin relleno de hormigón, 7 \rightarrow Vigas de canto variable, 8 \rightarrow Losa de 40cm y mayor número de péndolas, 9 \rightarrow Mayor número de péndolas)

7.2. Comparativa entre tipologías de arco.

A raíz de los cálculos dinámicos obtenidos en el capítulo anterior, junto con las valoraciones económicas realizadas, se pueden obtener conclusiones bastante indicativas respecto a las ventajas que proporciona el rellenar de hormigón el arco. Si se representan los valores de aceleración y tasa de amortiguamiento, de 0.5 % para el arco exclusivamente metálico y 0.5 %, 0.8 %, 1.0 % y 1.2 % para el arco mixto, figura 7.1:

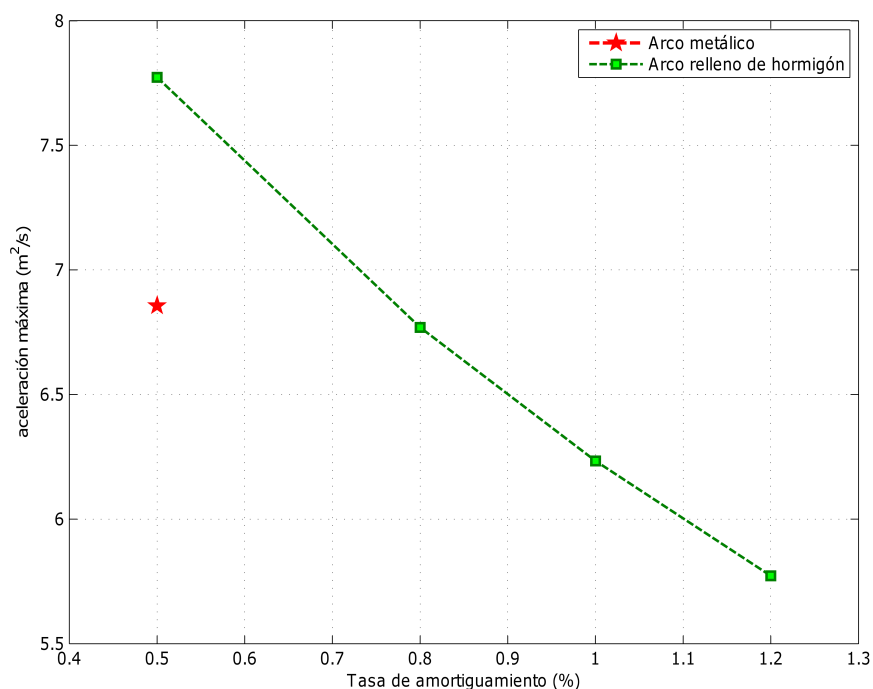


Figura 7.1: Tasa de amortiguamiento vs aceleración máxima para arco relleno de acero y arco mixto.

Se observa que, aunque inicialmente el arco metálico presenta menores aceleraciones, en cuanto se incrementa la tasa de amortiguamiento, las aceleraciones descienden rápidamente por parte del arco mixto. Como ya se comentaba, y a falta de unas mediciones sobre la estructura real debido a la gran incertidumbre que presenta la tasa de amortiguamiento, parece razonable pensar que el hormigón confinado en el arco incrementará la tasa de amortiguamiento global por encima de la solución de arco puramente metálico. Además, como se indicaba en el apartado anterior, la solución en arco metálico supone un incremento del 14.44 % en el coste global.

7.3. Comparativa entre alternativas estructurales.

Para comparar de una manera definitiva las ventajas en la respuesta dinámica frente al paso de cargas en cada una de las alternativas desarrolladas a lo largo del proyecto, se op-

ta por una valoración en términos económicos y de sensibilidad ante variaciones en la tasa de amortiguamiento en cada una de las alternativas. Dicha comparativa queda recogida en el gráfico 7.2, donde se representan los valores de aceleración para las tasas de amortiguamiento 0.5 %, 0.8 %, 1.0 % y 1.2 % frente al coste económico.

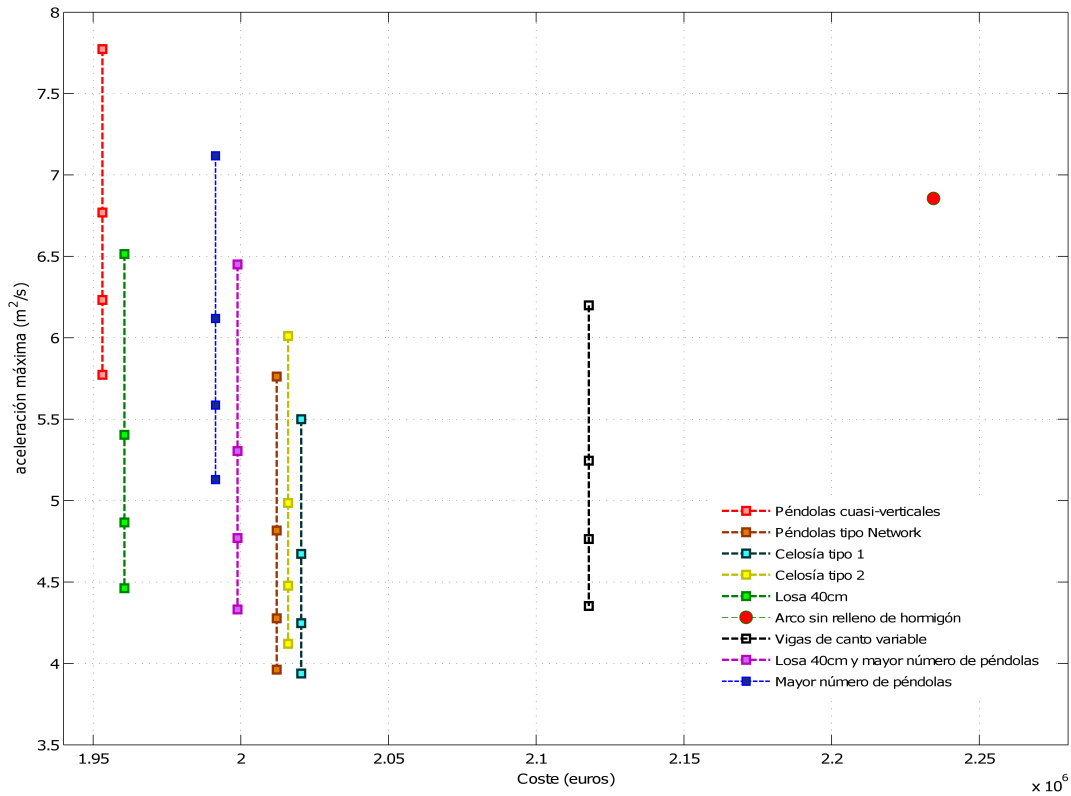


Figura 7.2: Valoración económica vs aceleraciones máximas para cada una de las alternativas.

Gráfica que se resume en la gráfica , representando la sensibilidad de la aceleración frente a la tasa de amortiguamiento a través de la amplitud del rango de aceleraciones:

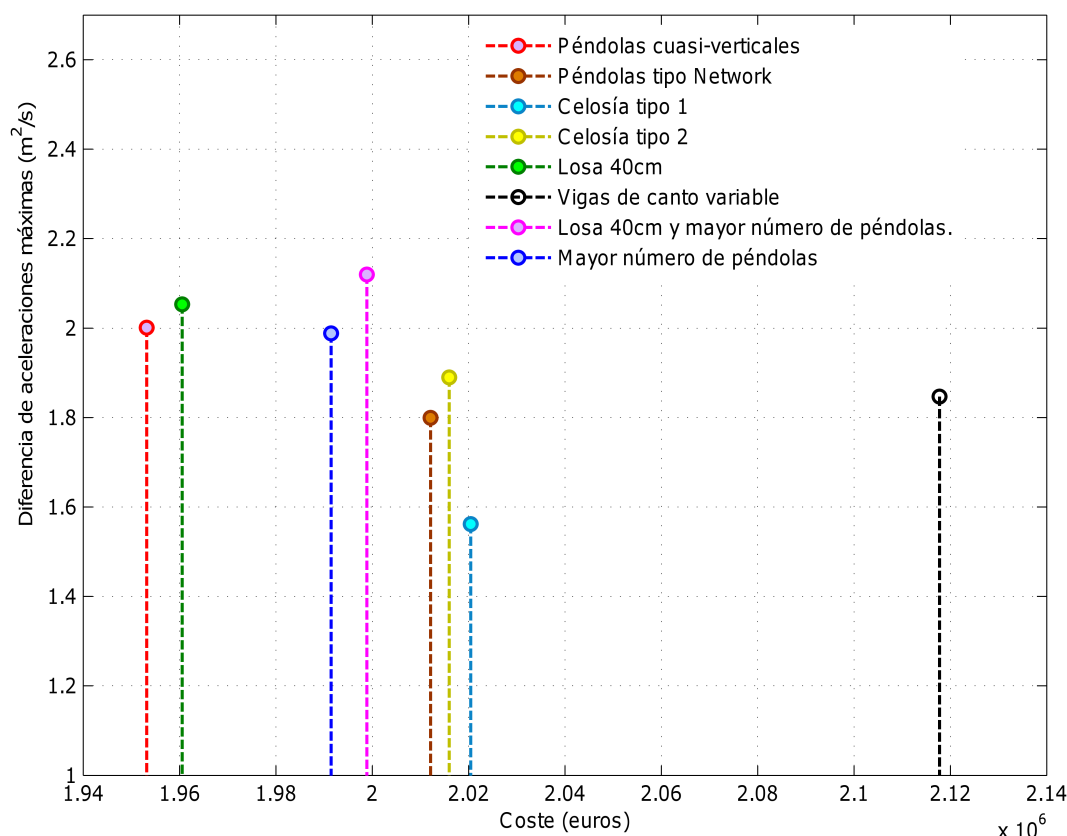


Figura 7.3: Valoración económica vs sensibilidad de la aceleración frente a la tasa de amortiguamiento.

De este modo, la alternativa óptima será aquella que consiga no solo aceleraciones reducidas a un coste económico razonable, sino que también presente baja sensibilidad a la tasa de amortiguamiento puesto que, dada su reconocida incertidumbre, podría inducir situaciones de cálculo que sobreestimarán dicha tasa frente a una realidad más desfavorable.

Si se analizan ambas gráficas según este criterio, la alternativa de la celosía Tipo 1 parece la más óptima, en cuanto que, dentro de un coste económico intermedio, presenta no solo los menores valores de aceleración sino que es la alternativa para menos sensible ante la variación de la tasa de amortiguamiento. No obstante, como ya se comentó en la presentación de dicha alternativa, esta tipología posiblemente sea desaconsejable en cuanto que los nudos de las diagonales que aparecen por encima de las vigas laterales generan concentraciones elevadas de tensiones, por lo tanto, esta alternativa obligaría a la realización de un estudio tensional en profundidad junto con las disposiciones constructivas y de rigidización pertinentes, realizaciones que podrían incrementar mucho su coste. En segundo lugar, la alternativa de péndolas tipo Network parece la más óptima, puesto que, dentro de un coste económico razonable, presenta unas aceleraciones reducidas y no especialmente sensibles frente a la variación de la tasa de amortiguamiento. No obstante, esta alternativa

estaría bastante disputada con la celosía Tipo 2 en términos de aceleración y coste, aunque ésta presenta mayor sensibilidad frente a la tasa de amortiguamiento.

En cuanto a las modificaciones clásicas de aumento de losa y número de péndolas, se observa que la alternativa de aumentar el número de tirantes es bastante ineficiente, en cuanto que reduce bastante menos la aceleración frente a la alternativa del aumento de la losa a un coste considerablemente mayor. En cuanto a la alternativa mixta, se observa que no solo aumenta bastante el coste, sino que es bastante sensible a las variaciones frente a la tasa de amortiguamiento. Con ello, para este caso, parece razonable apostar por la alternativa con únicamente el aumento del canto de la losa, en cuanto que se reduce considerablemente la aceleración máxima a un coste bastante reducido, y la alternativa de unirle un mayor número de péndolas no supone una gran reducción en términos de aceleración frente a un aumento considerable en el coste.

Por ello, aunque en este proyecto se analizan de manera aislada para controlar mejor las variaciones, se aconseja el análisis de la propuesta de péndolas tipo Network con aumento de losa, puesto que esta tipología de arco resulta ser la más eficiente en los modos de flexión global junto con el aumento de losa que influiría más directamente sobre los modos locales de flexión del tablero.

En último lugar, se insiste en la necesidad de tomar estas recomendaciones con cautela puesto que el modelo desarrollado adolece de un estudio estático-tensional riguroso y los criterios de cálculo estático llevados a cabo proceden de metodologías simplificadas en la búsqueda de un modelo simple. No obstante, la finalidad de este proyecto no era otra sino la de poner de manifiesto las variaciones, en términos generales, que suponen unas alternativas frente a otras. De modo que en un caso real, el ingeniero que se enfrente con el diseño de un puente de tipología arco-atirantado pueda tener unas nociones generales sobre qué alternativas pudieran mejorar la respuesta dinámica de su diseño, así como una metodología con la que comparar, en fases de estudios de viabilidad, las distintas alternativas en el diseño que le sean propuestas.

7.4. Conclusiones.

A modo de resumen, se recogen en los siguientes puntos las conclusiones y aportaciones alcanzadas en todo el desarrollo de este proyecto:

1. El método Semianalítico de resolución del problema de paso de cargas móviles presenta demostradas ventajas, en términos de precisión y tiempo de cálculo, frente a los métodos de integración incremental paso a paso. Esta metodología permite afrontar, de una manera realista, los pasos de carga de km/h en km/h aconsejados por el Eurocódigo, pasos necesarios para determinar con precisión la respuesta dinámica, y que de seguir las indicaciones de la Instrucción IAPF, de paso de cargas de 10km/h en 10km/h, no podrían ser registrados con exactitud.

2. La validación de los modelos tridimensionales a partir de modelos en dos dimensiones, debe de contemplar la amplificación de las aceleraciones por parte del modelo tridimensional, a causa de la activación de los modos locales de flexión de losa. Por lo tanto, previo a cualquier propuesta de alternativa de diseño estructural, el ingeniero debe valorar la mejora en la respuesta dinámica a través del aumento de la rigidez del arriostramiento transversal del tablero en términos de aceleraciones máximas y coste económico.
3. La tipología de arcos de cajón metálico relleno de hormigón aventajan a los arcos de cajón metálico puesto que, con esbelteces y coste económico bastante inferiores, consiguen una respuesta dinámica similar así como un más que presumible incremento en la tasa de amortiguamiento, a falta de una campaña de mediciones en puentes reales que lo cuantifiquen.
4. En el presente proyecto, se recogen las distintas herramientas de verificación de modelos de cálculo, determinación numérica de áreas de cortante en vigas de Timoshenko, análisis de las señales de aceleración mediante FFT, estudio de los fenómenos resonantes, análisis de la sensibilidad de la aceleración máxima frente a la tasa de amortiguamiento, índices económicos de comparación entre alternativas en el diseño, etc.
5. A través del análisis económico de los modelos planteados, se recomienda la alternativa de aumento de péndolas tipo Network seguida de las alternativas de aumento de losa y celosía tipo Nielsen con los encuentros de las diagonales sobre las vigas laterales. La alternativa de péndolas tipo Network genera una gran reducción en la aceleración máxima, con coste moderado y una sensibilidad reducida frente a la variación en la tasa de amortiguamiento. En cuanto a la alternativa de aumento del canto de losa a 40cm, ésta registra, con un pequeño incremento en el coste, aceleraciones bastante inferiores frente a la alternativa de péndolas cuasi-verticales y con una sensibilidad moderada frente a la variación en la tasa de amortiguamiento. Finalmente, la celosía tipo Nielsen genera reducciones considerables en la aceleración máxima, con una sensibilidad frente a la tasa de amortiguamiento inferior a la alternativa con un aumento de losa aunque con un coste superior a las dos anteriores.

Apéndices

APÉNDICE A

Métodos de integración numérica en sistemas de un grado de libertad.

A la hora de determinar la respuesta de un sistema de un grado de libertad sometido a una carga periódica cualquiera se pueden usar dos métodos:

1. Descomponiendo la carga en una serie de componentes armónicas mediante un desarrollo de Fourier y superponiendo la respuesta de la estructura para cada componente armónica. **Análisis en el dominio de la frecuencia**
2. Mediante la interpretación de una carga dinámica como una sucesión de cargas impulsivas. De este modo, obtendremos la respuesta para cada una de estas cargas impulsivas y sumando en virtud del principio de superposición obtendremos la respuesta total para la carga dinámica general. **Análisis en el dominio del tiempo**

Ambas metodologías se basan en la superposición y por lo tanto únicamente son válidos para sistemas lineales y elásticos.

A.1. Dominio del tiempo

Consideramos un sistema de un grado de libertad sometido a un forzamiento $p(t)$, considerado como una sucesión de cargas impulsivas aplicadas en un instante $t = \tau$, de valor $p(\tau)$ y duración $d\tau$.

Al tratarse de una ecuación continua siempre podremos dividirla en excitaciones diferenciales tal y como se observa en la figura(A.1):

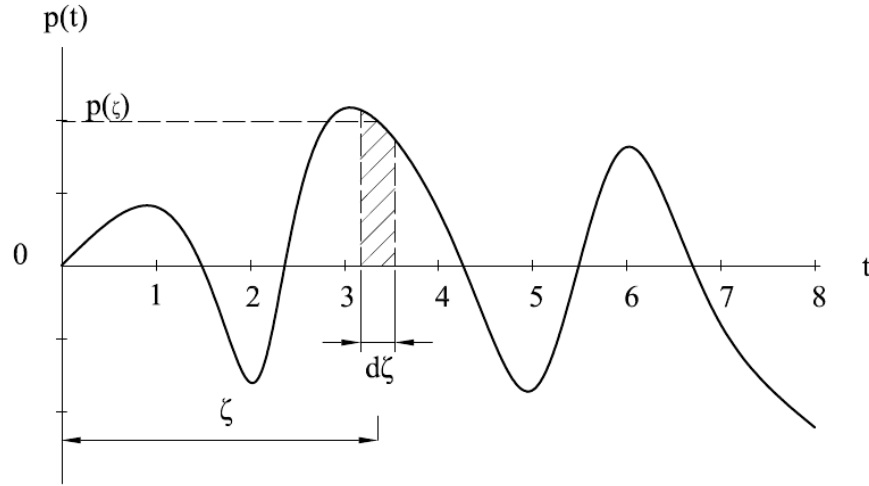


Figura A.1: División en impulsos diferenciales.

Ahora la ecuación del movimiento es diferencial y lineal por lo que podremos resolver la ecuación dinámica para cada rectángulo diferencial hasta completar la carga, y finalmente, la suma de todas ellas nos daría la solución al problema inicial.

Si aplicamos la segunda ecuación de Newton (A.1):

$$f = ma \rightarrow a = \frac{\partial v}{\partial t} \rightarrow \partial v = \frac{f(\tau).dt}{m} \quad (\text{A.1})$$

Dicha carga se caracterizaría por un impulso, de modo que, debido a su corta duración, introduce una velocidad inicial en el sistema sin producir desplazamiento debido a su corta duración:

$$u_0 = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$v_0 = F(\tau)d\tau/m \quad (\text{A.3})$$

(*) El movimiento comienza en $t=\tau$, cuando se da el impulso.

Por consiguiente, si partimos de la ecuación del movimiento de un sistema amortiguado libre:

$$v(t) = e^{-\xi w t} \left[v(0) \cos(w_D t) + \frac{\dot{v}(0) + \xi w v(0)}{w_D} \sin(w_D t) \right] \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo estas hipotéticas condiciones iniciales:

$$du(t) = e^{-\xi w t} \frac{p(\tau) d\tau}{m w_D} \text{sen}(w_D(t - \tau)) \text{ para } t \geq \tau \quad (\text{A.5})$$

$$p(\tau) d\tau = \int_0^{t_1} p(t) dt \quad (\text{A.6})$$

Expresión que representa los desplazamientos del sistema a partir del instante $t=\tau$ cuando éste se ve sometido a una carga impulsiva de valor $p(\tau)$ en el instante $t=\tau$ y de duración $d\tau$. Si aplicamos el principio de superposición, la respuesta total del sistema en un instante t determinado, será la convolución (es decir, la integral) de las respuestas de todas las cargas impulsivas $p(\tau)$ ocurridas desde $\tau=0$ hasta dicho instante t , es decir:

$$u(t) = \int_0^t \left[\frac{p(\tau)}{m w_D} \text{sen}(w_D(t - \tau)) \right] e^{-\xi w(t-\tau)} d\tau \quad (\text{A.7})$$

Expresión que se conoce como **Integral de Duhamel**. No obstante, esta integral podrá ser resuelta analíticamente por algunos pocos casos singulares por lo que debemos de buscar métodos alternativos para su resolución y en este punto es donde los métodos numéricos suponen una herramienta clásica para su solución.

A.2. Dominio de la frecuencia

Nos basamos en la generalización del desarrollo en serie de Fourier, las cuales, clásicamente, se aplican a funciones periódicas como la de la figura (A.2):

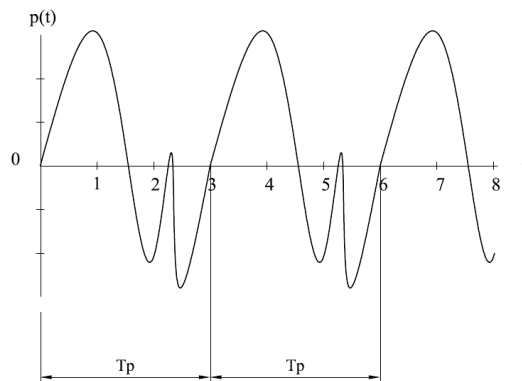


Figura A.2: Carga periódica

No obstante, en este punto nos interesan cargas generales no necesariamente periódicas:

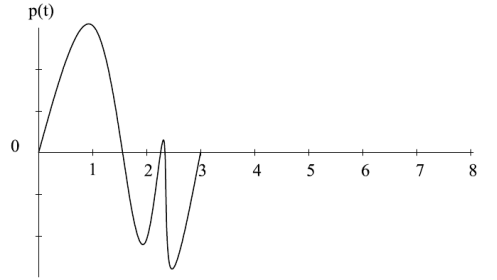


Figura A.3: Carga genérica.

La descomposición en serie de Fourier en principio únicamente es de aplicación a cargas periódicas. Sin embargo, su aplicabilidad se puede extender a cargas no periódicas recurriendo para ello al artificio de tratar las cargas no periódicas como cargas periódicas con un período T_p infinito. Imaginemos una carga no periódica como la de la figura A.3 anterior, y tomemos como T_p al intervalo de tiempo indicado en la misma. Si aplicásemos las fórmulas del desarrollo en serie de Fourier obtendríamos lo siguiente:

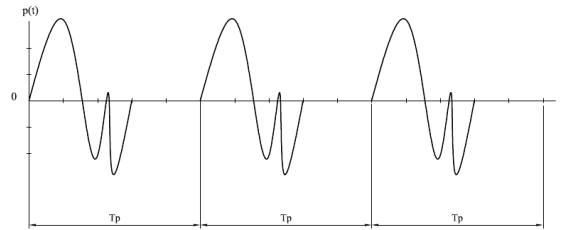


Figura A.4: Desarrollo en serie de Fourier aplicado a una carga no periódica.

Una carga periódica $p(t)$ se podía expresar mediante la serie de Fourier siguiente:

$$p(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\bar{\omega}_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(\bar{\omega}_n t) \quad (\text{A.8})$$

donde:

$$a_0 = \frac{1}{T_p} \int_0^{T_p} p(t) dt; a_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} p(t) \cos(\bar{\omega}_n t) dt; b_n = \frac{2}{T_p} \int_0^{T_p} p(t) \sin(\bar{\omega}_n t) dt \quad (\text{A.9})$$

La posición del eje de abscisas que indica el tiempo t y siempre lo podremos ajustar (desplazándolo verticalmente hacia arriba o hacia abajo) para que el resultado de la primera integral (es decir la que nos da a_0) valga cero. Supondremos por lo tanto en adelante que el eje de abscisas ha sido elegido de este modo. Haciendo $a_0=0$ y sustituyendo el resto de expresiones de A.8 y A.9 se tiene:

$$p(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2}{Tp} \int_0^{Tp} \cos(\bar{w}_n t) dt \right] \cos(\bar{w}_n t) + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{2}{Tp} \int_0^{Tp} \sin(\bar{w}_n t) dt \right] \sin(\bar{w}_n t) \quad (\text{A.10})$$

donde w_n es la frecuencia del armónico n que viene dada por:

$$\bar{w}_n = n \frac{2\pi}{Tp} \quad (\text{A.11})$$

siendo n un número entero que varia desde 0 a ∞ . La expresión (A.10) define por lo tanto una serie de valores discretos de las frecuencias w_n . La separación entre estas frecuencias, es decir, el incremento de frecuencia de un valor de n al siguiente vamos a llamarlo $\Delta \bar{w}$ y obviamente vale:

$$\Delta \bar{w} = \frac{2\pi}{Tp} \quad (\text{A.12})$$

Despejando Tp de (A.12) se puede escribir:

$$Tp = \frac{2\pi}{\Delta \bar{w}} \quad (\text{A.13})$$

Si sustituimos Tp en la expresión (A.10) y hacemos Tp tender a infinito, el incremento de frecuencia $\Delta \bar{w}$ pasa a ser un diferencial de frecuencia $d\bar{w}$, y el sumatorio se convierte en una integral, llegándose a la siguiente expresión:

$$p(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left\{ \left[\int_0^{\infty} p(t) \cos(\bar{w} t) dt \right] \cos(\bar{w} t) + \left[\int_0^{\infty} p(t) \sin(\bar{w} t) dt \right] \sin(\bar{w} t) \right\} d\bar{w} \quad (\text{A.14})$$

Nótese que en la expresión anterior hemos escrito \bar{w} en vez de \bar{w}_n porque cuando Tp tiende a infinito, la frecuencia pasa de adoptar una serie de valores discretos a ser una variable continua. En adelante, los términos entre corchetes de la expresión (A.14) los designaremos como $a(\bar{w})$ y $b(\bar{w})$, es decir:

$$a(\bar{w}) = \int_0^{\infty} p(t) \cos(\bar{w} t) dt \quad (\text{A.15})$$

$$b(\overline{w}) = \int_0^{\infty} p(t) \text{sen}(\overline{w}t) dt \quad (\text{A.16})$$

De manera que sustituyendo (A.15) y (A.16) en (A.14), ésta expresión se puede escribir como sigue:

$$p(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} [a(\overline{w}) \cos(\overline{w}t) + b(\overline{w}) \text{sen}(\overline{w}t)] d\overline{w} \quad (\text{A.17})$$

La expresión (A.17) es una representación de la función no periódica $p(t)$ mediante lo que se conoce en la literatura como la integral de Fourier, o también la transformada (inversa) de Fourier. Las funciones $a(w)$ y $b(w)$ se denominan las componentes de la transformada de Fourier de la función $p(t)$. Una vez expresada la carga dinámica $p(t)$ mediante funciones seno y coseno, la respuesta total de un sistema de un grado de libertad se puede obtener integrando las respuestas a cada armónico. Finalmente, se resumen a continuación las expresiones que permiten obtener la respuesta dinámica frente a una carga no periódica $p(t)$ mediante la transformada de Fourier en formato exponencial. A la siguiente expresión se denomina transformada inversa de Fourier:

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} P \cdot e^{i\overline{w}t} d\overline{w} \quad (\text{A.18})$$

Los coeficientes $P(iw)$ se obtienen mediante la siguiente expresión que se llama transformada directa de Fourier:

$$P(i\overline{w}) = \int_{-\infty}^{\infty} p(t) \cdot e^{-i\overline{w}t} dt \quad (\text{A.19})$$

La respuesta estacionaria de un sistema de un grado de libertad viene dada por:

$$v(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(i\overline{w}) \cdot P(\overline{w}) \cdot e^{-i\overline{w}t} d\overline{w} \quad (\text{A.20})$$

Siendo H un coeficiente complejo de respuesta también llamado función de transferencia en el dominio de la frecuencia, que viene dado por:

$$H(i\overline{w}) = \frac{1}{K} \left[\frac{1}{(1 - \beta^2) + i(2\xi\beta)} \right] \quad (\text{A.21})$$

siendo:

$$\beta = \frac{\overline{w}}{w} \quad (\text{A.22})$$

A.3. Resolución numérica. Método de Newmark-Beta

En cualquiera de los dos métodos anteriores, el problema se resume en el cálculo de un problema integral en el que en la mayoría de las ocasiones no podremos resolverlo de una manera analítica. De aquí que una solución clásica a este problema sea mediante métodos numéricos de integración, y más concretamente los métodos *Step-by-Step*. Estos métodos discretizan las fuerzas y la respuesta en una secuencia de intervalos de tiempo o steps. La respuesta para cada paso de tiempo es un problema distinto, y no hay necesidad de combinar las contribuciones a través de cada paso, lo cual nos permite tratar con comportamientos no lineales simplemente asumiendo que las propiedades estructurales permanecen constantes en cada paso, y forzándolos a cambiar en el paso de un intervalo al siguiente según el comportamiento a considerar. Es decir, abordamos un análisis no-lineal en una secuencia de análisis lineales. Por lo tanto, podremos controlar la precisión acortando la horquilla temporal de cada paso.

De entre los muchos métodos numéricos step-by-step desarrollados para la resolución de la integral de Duhamel, el presente documento se centra en el desarrollo del método de Newmark por la gran difusión de su uso así como su implantación en software de cálculo integrado como puede ser *SAP2000*.

Métodos de integración

Estos Métodos se basan en aproximaciones del tipo:

$$\dot{v}_1 = \dot{v}_0 + \int_0^n \ddot{v}(T).dT \quad (\text{A.23})$$

$$v_1 = v_0 + \int_0^n \dot{v}(T).dT \quad (\text{A.24})$$

Los diferentes métodos que se basen en este tipo de aproximaciones, se diferenciarán a la hora de preestablecer una variación de la aceleración en cada paso. En este contexto es en el que se enclava el método que nos atañe, el método de Newmark.

A.3.1. Formulación método de Newmark

En su expresión más genérica (A.25):

$$\dot{v}_1 = \dot{v}_0 + (1 - \gamma)T\ddot{v}_0 + \gamma.T.\ddot{v}_1 \quad v_1 = v_0 + T\dot{v}_0 + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)T^2\ddot{v}_0 + \beta T^2\ddot{v}_1 \quad (\text{A.25})$$

Siendo los parámetros γ y β :

- $\gamma \rightarrow$ Da una variación lineal a la ponderación de la influencia de las aceleraciones iniciales y finales en el cambio de la velocidad.
- $\beta \rightarrow$ Da la ponderación de la influencia de las aceleraciones iniciales y finales en los desplazamientos.

Se demuestra que el método es incondicionalmente estable cuando $2\beta \geq \gamma \geq 0.5$. Con el estudio de esta formulación se observa que γ controla la cantidad de amortiguamiento artificial que se introduce con la simplificación de estos métodos. Se comprueba que para valores de $\gamma=0.5$ desaparece esta contribución. En cuanto al coeficiente β , un valor que se suele adoptar normalmente es $\frac{1}{4}$, que si se sustituye en la expresión (A.25) se comprueba fácilmente que esta asunción de valores conlleva una aceleración constante.

$$\dot{v}_1 = \dot{v}_0 + \frac{(\ddot{v}_0 + \ddot{v}_1) \cdot T}{2} v_1 = v_0 + T\dot{v}_0 + \frac{T^2}{4} \cdot (\ddot{v}_0 + \ddot{v}_1) \quad (\text{A.26})$$

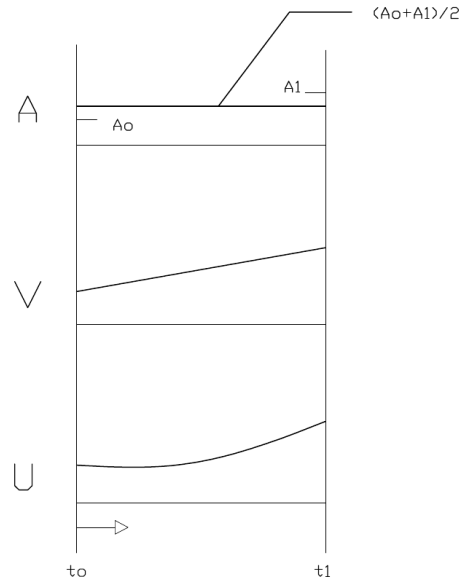


Figura A.5: Aceleración, Velocidad y Desplazamiento método de Newmark.

Otra posibilidad, bastante frecuente, es la utilización de $\beta=\frac{1}{6}$, con lo que se comprueba fácilmente que de este modo se supone una variación lineal para la aceleración. Como ya indicábamos, el software *SAP2000* se basa en esta segunda aproximación y será el método con el que comparamos la metodología semianalítica propuesta.

Un aspecto esencial en estos métodos, como queda patente en el primero de los test de comprobación elaborados, es el paso de tiempo elegido pues de ello depende la convergencia o no del método. Entre la amplia bibliografía que podemos encontrar el respecto destacamos [4],[44] y [45]:

- Paso de integración h en función de la mayor frecuencia considerada de la estructura:

$$h_1 = \frac{1}{8f_{max}} \quad (A.27)$$

- Paso de integración en función del número mínimo de intervalos de tiempo durante el paso de un eje por el vano más corto de la estructura:

$$h_2 = \frac{L_{min}}{m \cdot v} \quad (\text{habitualmente, } m = 200) \quad (A.28)$$

- Paso de integración en función del número de modos considerados en referencia al vano más corto de la estructura:

$$h_3 = \frac{L_{min}}{4 \cdot n \cdot v} \quad (A.29)$$

- Paso de integración de referencia:

$$h_4 = 0.001seg \quad (A.30)$$

Cada una de estas recomendaciones se formulan en las distintas referencias a través de consideraciones experimentales concretas, con distintos condicionantes dinámicos. Por ello, habitualmente, no se recomienda optar por una única recomendación sino tomar la menor de ellas: $h=h_{min}(h_1,h_2,h_3,h_4)$.

APÉNDICE B

Características mecánicas seccionales.

B.1. Secciones con anchos eficaces.

1	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	0.1628	0.302682706	0.225155595	0.203628068	0.168104699
INERCIA (m4)	0.114542263	0.15478844	0.149660286	0.146134188	0.12049749
Ws (m3)	0.088975335	0.094129131	0.099117205	0.100402772	0.090081553
Wi (m3)	0.088975335	0.161984865	0.13729451	0.127681596	0.095454814
v (m)	1.287348489	1.644426526	1.509932479	1.455479623	1.337648898
vI' (m)	1.287348489	0.955573474	1.090067521	1.144520377	1.262351102

Tabla B.1: Sección tipo 1.

2	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.40E-01	2.80E-01	2.02E-01	1.81E-01	1.45E-01
INERCIA (m4)	1.02E-01	1.39E-01	1.36E-01	1.33E-01	1.08E-01
Ws (m3)	7.92E-02	8.34E-02	8.86E-02	9.01E-02	8.04E-02
Wi (m3)	7.92E-02	1.50E-01	1.27E-01	1.18E-01	8.57E-02
v (m)	1.29E+00	1.67E+00	1.53E+00	1.47E+00	1.34E+00
vI' (m)	1.29E+00	9.28E-01	1.07E+00	1.13E+00	1.26E+00

Tabla B.2: Sección tipo 2.

3	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.44E-01	3.63E-01	2.45E-01	2.10E-01	1.52E-01
INERCIA (m4)	1.09E-01	1.56E-01	1.55E-01	1.53E-01	1.19E-01
Ws (m3)	8.49E-02	8.96E-02	9.66E-02	9.95E-02	8.74E-02
Wi (m3)	8.49E-02	1.83E-01	1.56E-01	1.44E-01	9.52E-02
v (m)	1.29E+00	1.75E+00	1.61E+00	1.54E+00	1.36E+00
vI' (m)	1.29E+00	8.54E-01	9.94E-01	1.06E+00	1.24E+00

Tabla B.3: Sección tipo 3.

4	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.47E-01	3.66E-01	2.48E-01	2.13E-01	1.55E-01
INERCIA (m4)	1.14E-01	1.62E-01	1.60E-01	1.58E-01	1.23E-01
Ws (m3)	8.88E-02	9.30E-02	1.00E-01	1.03E-01	9.12E-02
Wi (m3)	8.88E-02	1.89E-01	1.61E-01	1.48E-01	9.91E-02
v (m)	1.29E+00	1.74E+00	1.60E+00	1.53E+00	1.35E+00
vℓ (m)	1.29E+00	8.58E-01	9.98E-01	1.07E+00	1.25E+00

Tabla B.4: Sección tipo 4.

5	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.63E-01	3.82E-01	2.64E-01	2.29E-01	1.71E-01
INERCIA (m4)	1.15E-01	1.65E-01	1.63E-01	1.60E-01	1.24E-01
Ws (m3)	8.90E-02	9.57E-02	1.03E-01	1.05E-01	9.16E-02
Wi (m3)	8.90E-02	1.89E-01	1.60E-01	1.48E-01	9.91E-02
v (m)	1.29E+00	1.72E+00	1.59E+00	1.52E+00	1.35E+00
vℓ (m)	1.29E+00	8.75E-01	1.01E+00	1.08E+00	1.25E+00

Tabla B.5: Sección tipo 5.

6	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	2.00E-01	2.85E-01	2.39E-01	2.26E-01	2.04E-01
INERCIA (m4)	1.58E-01	1.90E-01	1.82E-01	1.78E-01	1.62E-01
Ws (m3)	1.23E-01	1.25E-01	1.27E-01	1.28E-01	1.22E-01
Wi (m3)	1.23E-01	1.77E-01	1.55E-01	1.47E-01	1.27E-01
v (m)	1.29E+00	1.53E+00	1.43E+00	1.39E+00	1.33E+00
vℓ (m)	1.29E+00	1.07E+00	1.17E+00	1.21E+00	1.27E+00

Tabla B.6: Sección tipo 6.

7	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.44E-01	3.63E-01	2.45E-01	2.10E-01	1.52E-01
INERCIA (m4)	1.09E-01	1.56E-01	1.55E-01	1.53E-01	1.19E-01
Ws (m3)	8.49E-02	8.96E-02	9.66E-02	9.95E-02	8.74E-02
Wi (m3)	8.49E-02	1.83E-01	1.56E-01	1.44E-01	9.52E-02
v (m)	1.29E+00	1.75E+00	1.61E+00	11.54E+00	1.36E+00
vℓ (m)	1.29E+00	8.54E-01	9.94E-01	1.06E+00	1.24E+00

Tabla B.7: Sección tipo 7.

8	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.67E-01	3.07E-01	2.32E-01	2.09E-01	1.73E-01
INERCIA (m4)	1.22E-01	1.63E-01	1.57E-01	1.54E-01	1.28E-01
Ws (m3)	9.46E-02	9.91E-02	1.04E-01	1.06E-01	9.56E-02
Wi (m3)	9.46E-02	1.69E-01	1.44E-01	1.34E-01	1.01E-01
v (m)	1.29E+00	1.64E+00	1.51E+00	1.46E+00	1.34E+00
vℓ (m)	1.29E+00	9.60E-01	1.09E+00	1.14E+00	1.26E+00

Tabla B.8: Sección tipo 8.

10	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.63E-01	3.03E-01	2.27E-01	2.05E-01	1.68E-01
INERCIA (m4)	1.15E-01	1.55E-01	1.50E-01	1.46E-01	1.20E-01
Ws (m3)	8.90E-02	9.41E-02	9.90E-02	1.00E-01	9.01E-02
Wi (m3)	8.90E-02	1.62E-01	1.38E-01	1.28E-01	9.55E-02
v (m)	1.29E+00	1.64E+00	1.51E+00	1.46E+00	1.34E+00
v' (m)	1.29E+00	9.56E-01	1.09E+00	1.14E+00	1.26E+00

Tabla B.9: Sección tipo 9.

10	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.40E-01	4.50E-01	2.83E-01	2.33E-01	1.51E-01
INERCIA (m4)	1.02E-01	1.55E-01	1.55E-01	1.54E-01	1.15E-01
Ws (m3)	7.92E-02	8.57E-02	9.29E-02	9.65E-02	8.37E-02
Wi (m3)	7.92E-02	1.96E-01	1.68E-01	1.54E-01	9.38E-02
v (m)	1.29E+00	1.81E+00	1.67E+00	1.60E+00	1.37E+00
v' (m)	1.29E+00	7.92E-01	9.27E-01	1.00E+00	1.23E+00

Tabla B.10: Sección tipo 10.

10	S.Metálica	n=6.25	n=15.75	n=21	S.Fisurada
AREA (m2)	1.40E-01	4.50E-01	2.83E-01	2.33E-01	1.51E-01
INERCIA (m4)	1.02E-01	1.55E-01	1.55E-01	1.54E-01	1.15E-01
Ws (m3)	7.92E-02	8.57E-02	9.29E-02	9.65E-02	8.37E-02
Wi (m3)	7.92E-02	1.96E-01	1.68E-01	1.54E-01	9.38E-02
v (m)	1.29E+00	1.81E+00	1.67E+00	1.60E+00	1.37E+00
v' (m)	1.29E+00	7.92E-01	9.27E-01	1.00E+00	1.23E+00

Tabla B.11: Sección tipo 11.

B.2. Secciones del modelo dinámico.

A	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.63E-01	3.03E-01
INERCIA (m4)	1.15E-01	1.55E-01
Ws (m3)	8.90E-02	9.41E-02
Wi (m3)	8.90E-02	1.62E-01
v (m)	1.29E+00	1.64E+00
v' (m)	1.29E+00	9.56E-01

Tabla B.12: Sección tipo A.

B	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.40E-01	2.80E-01
INERCIA (m4)	1.02E-01	1.39E-01
Ws (m3)	7.92E-02	8.34E-02
Wi (m3)	7.92E-02	1.50E-01
v (m)	1.29E+00	1.67E+00
v' (m)	1.29E+00	9.28E-01

Tabla B.13: Sección tipo B.

C	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.44E-01	3.63E-01
INERCIA (m4)	1.09E-01	1.56E-01
Ws (m3)	8.49E-02	8.96E-02
Wi (m3)	8.49E-02	1.83E-01
v (m)	1.29E+00	1.75E+00
v' (m)	1.29E+00	8.54E-01

Tabla B.14: Sección tipo C.

D	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.47E-01	3.66E-01
INERCIA (m4)	1.14E-01	1.62E-01
Ws (m3)	8.88E-02	9.30E-02
Wi (m3)	8.88E-02	1.89E-01
v (m)	1.29E+00	1.74E+00
v' (m)	1.29E+00	8.58E-01

Tabla B.15: Sección tipo D.

E	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.63E-01	3.82E-01
INERCIA (m4)	1.15E-01	1.65E-01
Ws (m3)	8.90E-02	9.57E-02
Wi (m3)	8.90E-02	1.89E-01
v (m)	1.29E+00	1.72E+00
v' (m)	1.29E+00	8.75E-01

Tabla B.16: Sección tipo E.

F	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	2.00E-01	2.85E-01
INERCIA (m4)	1.58E-01	1.90E-01
Ws (m3)	1.23E-01	1.25E-01
Wi (m3)	1.23E-01	1.77E-01
v (m)	1.29E+00	1.53E+00
v' (m)	1.29E+00	1.07E+00

Tabla B.17: Sección tipo F.

G	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.44E-01	3.63E-01
INERCIA (m4)	1.09E-01	1.56E-01
Ws (m3)	8.49E-02	8.96E-02
Wi (m3)	8.49E-02	1.83E-01
v (m)	1.29E+00	1.75E+00
v' (m)	1.29E+00	8.54E-01

Tabla B.18: Sección tipo G.

H	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.47E-01	4.93E-01
INERCIA (m4)	1.14E-01	1.71E-01
Ws (m3)	8.87E-02	9.42E-02
Wi (m3)	8.87E-02	2.18E-01
v (m)	1.29E+00	1.82E+00
v' (m)	1.29E+00	7.84E-01

Tabla B.19: Sección tipo H.

I	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.47E-01	4.93E-01
INERCIA (m4)	1.14E-01	1.71E-01
Ws (m3)	8.87E-02	9.42E-02
Wi (m3)	8.87E-02	2.18E-01
v (m)	1.29E+00	1.82E+00
v' (m)	1.29E+00	7.84E-01

Tabla B.20: Sección tipo I.

J	S.Metálica	n=6
AREA (m2)	1.47E-01	4.93E-01
INERCIA (m4)	1.14E-01	1.71E-01
Ws (m3)	8.87E-02	9.42E-02
Wi (m3)	8.87E-02	2.18E-01
v (m)	1.29E+00	1.82E+00
v' (m)	1.29E+00	7.84E-01

Tabla B.21: Sección tipo J.

APÉNDICE C

Trenes.

En este apéndice se define la geometría y las cargas de los trenes empleados en los cálculos dinámicos desarrollados en todo el documento y extraídos de la Instrucción IAPF:

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	170.0e3
2	3.00000	170.0e3
3	14.00000	170.0e3
4	17.00000	170.0e3
5	20.52500	170.0e3
6	22.52500	170.0e3
7	35.76250	170.0e3
8	37.76250	170.0e3
9	53.76250	170.0e3
10	55.76250	170.0e3
11	71.76250	170.0e3
12	73.76250	170.0e3
13	89.76250	170.0e3
14	91.76250	170.0e3
15	107.76250	170.0e3
16	109.76250	170.0e3
17	125.76250	170.0e3
18	127.76250	170.0e3
19	143.76250	170.0e3
20	145.76250	170.0e3
21	161.76250	170.0e3
22	163.76250	170.0e3
23	179.76250	170.0e3
24	181.76250	170.0e3
25	197.76250	170.0e3

Tabla C.1: Tren dinámico universal A1.

Eje	Distancia	Carga
26	199.76250	170.0e3
27	215.76250	170.0e3
28	217.76250	170.0e3
29	233.76250	170.0e3
30	235.76250	170.0e3
31	251.76250	170.0e3
32	253.76250	170.0e3
33	269.76250	170.0e3
34	271.76250	170.0e3
35	287.76250	170.0e3
36	289.76250	170.0e3
37	305.76250	170.0e3
38	307.76250	170.0e3
39	323.76250	170.0e3
40	325.76250	170.0e3
41	341.76250	170.0e3
42	343.76250	170.0e3
43	359.76250	170.0e3
44	361.76250	170.0e3
45	375.00000	170.0e3
46	377.00000	170.0e3
47	380.52500	170.0e3
48	383.52500	170.0e3
49	394.52500	170.0e3
50	397.52500	170.0e3

Tabla C.1: Tren dinámico universal A1.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	200.0e3
2	3.00000	200.0e3
3	14.00000	200.0e3
4	17.00000	200.0e3
5	20.52500	200.0e3
6	24.02500	200.0e3
7	36.01250	200.0e3
8	39.51250	200.0e3

Tabla C.2: Tren dinámico universal A2.

Eje	Distancia	Carga
9	55.01250	200.0e3
10	58.51250	200.0e3
11	74.01250	200.0e3
12	77.51250	200.0e3
13	93.01250	200.0e3
14	96.51250	200.0e3
15	112.01250	200.0e3
16	115.51250	200.0e3
17	131.01250	200.0e3
18	134.51250	200.0e3
19	150.01250	200.0e3
20	153.51250	200.0e3
21	169.01250	200.0e3
22	172.51250	200.0e3
23	188.01250	200.0e3
24	191.51250	200.0e3
25	207.01250	200.0e3
26	210.51250	200.0e3
27	226.01250	200.0e3
28	229.51250	200.0e3
29	245.01250	200.0e3
30	248.51250	200.0e3
31	264.01250	200.0e3
32	267.51250	200.0e3
33	283.01250	200.0e3
34	286.51250	200.0e3
35	302.01250	200.0e3
36	305.51250	200.0e3
37	321.01250	200.0e3
38	324.51250	200.0e3
39	340.01250	200.0e3
40	343.51250	200.0e3
41	359.01250	200.0e3
42	362.51250	200.0e3
43	374.50000	200.0e3
44	378.00000	200.0e3
45	381.52500	200.0e3

Tabla C.2: Tren dinámico universal A2.

Eje	Distancia	Carga
46	384.52500	200.0e3
47	395.52500	200.0e3
48	398.52500	200.0e3

Tabla C.2: Tren dinámico universal A2.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	180.0e3
2	3.00000	180.0e3
3	14.00000	180.0e3
4	17.00000	180.0e3
6	22.52500	180.0e3
7	37.76250	180.0e3
8	39.76250	180.0e3
9	57.76250	180.0e3
10	59.76250	180.0e3
11	77.76250	180.0e3
12	79.76250	180.0e3
13	97.76250	180.0e3
14	99.76250	180.0e3
15	117.76250	180.0e3
16	119.76250	180.0e3
17	137.76250	180.0e3
18	139.76250	180.0e3
19	157.76250	180.0e3
20	159.76250	180.0e3
21	177.76250	180.0e3
22	179.76250	180.0e3
23	197.76250	180.0e3
24	199.76250	180.0e3
25	217.76250	180.0e3
26	219.76250	180.0e3
27	237.76250	180.0e3
28	239.76250	180.0e3
29	257.76250	180.0e3
30	259.76250	180.0e3
31	277.76250	180.0e3

Tabla C.3: Tren dinámico universal A3.

Eje	Distancia	Carga
32	279.76250	180.0e3
33	297.76250	180.0e3
34	299.76250	180.0e3
35	317.76250	180.0e3
36	319.76250	180.0e3
37	337.76250	180.0e3
38	339.76250	180.0e3
39	357.76250	180.0e3
40	359.76250	180.0e3
41	375.00000	180.0e3
42	377.00000	180.0e3
43	380.52500	180.0e3
44	383.52500	180.0e3
45	394.52500	180.0e3
46	397.52500	180.0e3

Tabla C.3: Tren dinámico universal A3.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	190.0e3
2	3.00000	190.0e3
3	14.00000	190.0e3
4	17.00000	190.0e3
5	20.52500	190.0e3
6	23.52500	190.0e3
7	38.26250	190.0e3
8	41.26250	190.0e3
9	59.26250	190.0e3
11	80.26250	190.0e3
12	83.26250	190.0e3
13	101.26250	190.0e3
14	104.26250	190.0e3
15	122.26250	190.0e3
16	125.26250	190.0e3
17	143.26250	190.0e3
18	146.26250	190.0e3
19	164.26250	190.0e3

Tabla C.4: Tren dinámico universal A4.

Eje	Distancia	Carga
20	167.26250	190.0e3
21	185.26250	190.0e3
22	188.26250	190.0e3
23	206.26250	190.0e3
24	209.26250	190.0e3
25	227.26250	190.0e3
26	230.26250	190.0e3
27	248.26250	190.0e3
28	251.26250	190.0e3
29	269.26250	190.0e3
30	272.26250	190.0e3
31	290.26250	190.0e3
32	293.26250	190.0e3
33	311.26250	190.0e3
34	314.26250	190.0e3
35	332.26250	190.0e3
36	335.26250	190.0e3
37	353.26250	190.0e3
38	356.26250	190.0e3
39	371.00000	190.0e3
40	374.00000	190.0e3
41	377.52500	190.0e3
42	380.52500	190.0e3
43	391.52500	190.0e3
44	394.52500	190.0e3

Tabla C.4: Tren dinámico universal A4.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	170.0e3
2	3.00000	170.0e3
3	14.00000	170.0e3
4	17.00000	170.0e3
5	20.52500	170.0e3
6	22.52500	170.0e3
7	39.76250	170.0e3
8	41.76250	170.0e3

Tabla C.5: Tren dinámico universal A5.

Eje	Distancia	Carga
9	61.76250	170.0e3
10	63.76250	170.0e3
11	83.76250	170.0e3
12	85.76250	170.0e3
13	105.76250	170.0e3
14	107.76250	170.0e3
15	127.76250	170.0e3
16	129.76250	170.0e3
17	149.76250	170.0e3
18	151.76250	170.0e3
19	171.76250	170.0e3
20	173.76250	170.0e3
21	193.76250	170.0e3
22	195.76250	170.0e3
23	215.76250	170.0e3
24	217.76250	170.0e3
25	237.76250	170.0e3
26	239.76250	170.0e3
27	259.76250	170.0e3
28	261.76250	170.0e3
29	281.76250	170.0e3
30	283.76250	170.0e3
31	303.76250	170.0e3
32	305.76250	170.0e3
33	325.76250	170.0e3
34	327.76250	170.0e3
35	347.76250	170.0e3
36	349.76250	170.0e3
37	367.00000	170.0e3
38	369.00000	170.0e3
39	372.52500	170.0e3
40	375.52500	170.0e3
41	386.52500	170.0e3
42	389.52500	170.0e3

Tabla C.5: Tren dinámico universal A5.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	180.0e3
2	3.00000	180.0e3
3	14.00000	180.0e3
4	17.00000	180.0e3
5	20.52500	180.0e3
6	22.52500	180.0e3
7	40.76250	180.0e3
8	42.76250	180.0e3
9	63.76250	180.0e3
10	65.76250	180.0e3
11	86.76250	180.0e3
12	88.76250	180.0e3
13	109.76250	180.0e3
14	111.76250	180.0e3
15	132.76250	180.0e3
16	134.76250	180.0e3
17	155.76250	180.0e3
18	157.76250	180.0e3
19	178.76250	180.0e3
20	180.76250	180.0e3
21	201.76250	180.0e3
22	203.76250	180.0e3
23	224.76250	180.0e3
24	226.76250	180.0e3
25	247.76250	180.0e3
26	249.76250	180.0e3
27	270.76250	180.0e3
28	272.76250	180.0e3
29	293.76250	180.0e3
30	295.76250	180.0e3
31	316.76250	180.0e3
32	318.76250	180.0e3
33	339.76250	180.0e3
34	341.76250	180.0e3
35	360.00000	180.0e3
36	362.00000	180.0e3
37	365.52500	180.0e3

Tabla C.6: Tren dinámico universal A6.

Eje	Distancia	Carga
38	368.52500	180.0e3
39	379.52500	180.0e3
40	382.52500	180.0e3

Tabla C.6: Tren dinámico universal A6.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	190.0e3
2	3.00000	190.0e3
3	14.00000	190.0e3
4	17.00000	190.0e3
5	20.52500	190.0e3
6	22.52500	190.0e3
7	41.76250	190.0e3
8	43.76250	190.0e3
9	65.76250	190.0e3
10	67.76250	190.0e3
11	89.76250	190.0e3
12	91.76250	190.0e3
13	113.76250	190.0e3
14	115.76250	190.0e3
15	137.76250	190.0e3
16	139.76250	190.0e3
17	161.76250	190.0e3
18	163.76250	190.0e3
19	185.76250	190.0e3
20	187.76250	190.0e3
21	209.76250	190.0e3
22	211.76250	190.0e3
23	233.76250	190.0e3
24	235.76250	190.0e3
25	257.76250	190.0e3
26	259.76250	190.0e3
27	281.76250	190.0e3
28	283.76250	190.0e3
29	305.76250	190.0e3
30	307.76250	190.0e3

Tabla C.7: Tren dinámico universal A7.

Eje	Distancia	Carga
31	329.76250	190.0e3
32	331.76250	190.0e3
33	353.76250	190.0e3
34	355.76250	190.0e3
35	375.00000	190.0e3
36	377.00000	190.0e3
37	380.52500	190.0e3
38	383.52500	190.0e3
39	394.52500	190.0e3
40	397.52500	190.0e3

Tabla C.7: Tren dinámico universal A7.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	190.0e3
2	3.00000	190.0e3
3	14.00000	190.0e3
4	17.00000	190.0e3
5	20.52500	190.0e3
6	23.02500	190.0e3
7	42.51250	190.0e3
8	45.01250	190.0e3
9	67.51250	190.0e3
10	70.01250	190.0e3
11	92.51250	190.0e3
12	95.01250	190.0e3
13	117.51250	190.0e3
14	120.01250	190.0e3
15	142.51250	190.0e3
16	145.01250	190.0e3
17	167.51250	190.0e3
18	170.01250	190.0e3
19	192.51250	190.0e3
20	195.01250	190.0e3
21	217.51250	190.0e3
22	220.01250	190.0e3
23	242.51250	190.0e3

Tabla C.8: Tren dinámico universal A8.

Eje	Distancia	Carga
24	245.01250	190.0e3
25	267.51250	190.0e3
26	270.01250	190.0e3
27	292.51250	190.0e3
28	295.01250	190.0e3
29	317.51250	190.0e3
30	320.01250	190.0e3
31	342.51250	190.0e3
32	345.01250	190.0e3
33	364.50000	190.0e3
34	367.00000	190.0e3
35	370.52500	190.0e3
36	373.52500	190.0e3
37	384.52500	190.0e3
38	387.52500	190.0e3

Tabla C.8: Tren dinámico universal A8.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	210.0e3
2	3.00000	210.0e3
3	14.00000	210.0e3
4	17.00000	210.0e3
5	20.52500	210.0e3
6	22.52500	210.0e3
7	43.76250	210.0e3
8	45.76250	210.0e3
9	69.76250	210.0e3
10	71.76250	210.0e3
11	95.76250	210.0e3
12	97.76250	210.0e3
13	121.76250	210.0e3
14	123.76250	210.0e3
15	147.76250	210.0e3
16	149.76250	210.0e3
17	173.76250	210.0e3
18	175.76250	210.0e3

Tabla C.9: Tren dinámico universal A9.

Eje	Distancia	Carga
19	199.76250	210.0e3
20	201.76250	210.0e3
21	225.76250	210.0e3
22	227.76250	210.0e3
23	251.76250	210.0e3
24	253.76250	210.0e3
25	277.76250	210.0e3
26	279.76250	210.0e3
27	303.76250	210.0e3
28	305.76250	210.0e3
29	329.76250	210.0e3
30	331.76250	210.0e3
31	353.00000	210.0e3
32	355.00000	210.0e3
33	358.52500	210.0e3
34	361.52500	210.0e3
35	372.52500	210.0e3
36	375.52500	210.0e3

Tabla C.9: Tren dinámico universal A9.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00000	210.0e3
2	3.00000	210.0e3
3	14.00000	210.0e3
4	17.00000	210.0e3
5	20.52500	210.0e3
6	22.52500	210.0e3
7	44.76250	210.0e3
8	46.76250	210.0e3
9	71.76250	210.0e3
10	73.76250	210.0e3
11	98.76250	210.0e3
12	100.76250	210.0e3
13	125.76250	210.0e3
14	127.76250	210.0e3
15	152.76250	210.0e3

Tabla C.10: Tren dinámico universal A10.

Eje	Distancia	Carga
16	154.76250	210.0e3
17	179.76250	210.0e3
18	181.76250	210.0e3
19	206.76250	210.0e3
20	208.76250	210.0e3
21	233.76250	210.0e3
22	235.76250	210.0e3
23	260.76250	210.0e3
24	262.76250	210.0e3
25	287.76250	210.0e3
26	289.76250	210.0e3
27	314.76250	210.0e3
28	316.76250	210.0e3
29	341.76250	210.0e3
30	343.76250	210.0e3
31	366.00000	210.0e3
32	368.00000	210.0e3
33	371.52500	210.0e3
34	374.52500	210.0e3
35	385.52500	210.0e3
36	388.52500	210.0e3

Tabla C.10: Tren dinámico universal A10.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00	170.0e3
2	2.65	170.0e3
3	11.00	170.0e3
4	13.65	170.0e3
5	19.13	170.0e3
6	28.10	170.0e3
7	41.24	170.0e3
8	54.38	170.0e3
9	67.52	170.0e3
10	80.66	170.0e3
11	93.80	170.0e3
12	106.94	170.0e3

Tabla C.11: Tren TALGO.

Eje	Distancia	Carga
13	120.08	170.0e3
14	133.22	170.0e3
15	146.36	170.0e3
16	155.33	170.0e3
17	160.80	170.0e3
18	163.45	170.0e3
19	171.80	170.0e3
20	174.45	170.0e3
21	183.49	170.0e3
22	186.14	170.0e3
23	194.49	170.0e3
24	197.14	170.0e3
25	202.62	170.0e3
26	211.59	170.0e3
27	224.73	170.0e3
28	237.87	170.0e3
29	251.01	170.0e3
30	264.15	170.0e3
31	277.29	170.0e3
32	290.43	170.0e3
33	303.57	170.0e3
34	316.71	170.0e3
35	329.85	170.0e3
36	338.82	170.0e3
37	344.29	170.0e3
38	346.94	170.0e3
39	355.29	170.0e3
40	357.94	170.0e3

Tabla C.11: Tren TALGO.

Eje	Distancia	Carga
1	0.00	172.1e3
2	3.00	172.1e3
3	14.00	170.7e3
4	17.00	170.7e3
5	20.28	131.6e3

Tabla C.12: Tren de AVE.

Eje	Distancia	Carga
6	23.28	131.6e3
7	38.98	161.9e3
8	41.98	161.9e3
9	57.68	169.2e3
10	60.68	169.2e3
11	76.38	167.9e3
12	79.38	167.9e3
13	95.08	160.5e3
14	98.08	160.5e3
15	113.78	167.9e3
16	116.78	167.9e3
17	132.48	169.2e3
18	135.48	169.2e3
19	151.18	161.9e3
20	154.18	161.9e3
21	169.88	131.6e3
22	172.88	131.6e3
23	176.16	170.7e3
24	179.16	170.7e3
25	190.16	172.1e3
26	193.16	172.1e3
27	200.15	172.1e3
28	203.15	172.1e3
29	214.15	170.7e3
30	217.15	170.7e3
31	220.43	131.6e3
32	223.43	131.6e3
33	239.13	161.9e3
34	242.13	161.9e3
35	257.83	169.2e3
36	260.83	169.2e3
37	276.53	167.9e3
38	279.53	167.9e3
39	295.23	160.5e3
40	298.23	160.5e3
41	313.93	167.9e3
42	316.93	167.9e3

Tabla C.12: Tren de AVE.

Eje	Distancia	Carga
43	332.63	169.2e3
44	335.63	169.2e3
45	351.33	161.9e3
46	354.33	161.9e3
47	370.03	131.6e3
48	373.03	131.6e3
49	376.31	170.7e3
50	379.31	170.7e3
51	390.31	172.1e3
52	393.31	172.1e3

Tabla C.12: Tren de AVE.

Bibliografía

- [1] Instrucción de acciones a considerar en el proyecto de puentes de ferrocarril (IAPF), 2007.
- [2] Une-en 1991-2: 2003. eurocódigo 1: Acciones en estructuras. parte 2: Cargas de tráfico en puentes. septiembre 2003.
- [3] Fiche 776-1r.«charges a prendre en consideration dans le calcul des ponts-rails»..5^{ta}ed,agosto de 2006.
- [4] Comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200km/h. Erri d214 (a). design of railway bridges for speed up to 350 km/h; dynamic loading effects including resonance. Technical report, European Rail Research Institute., 1998.
- [5] J.Dominguez-Barbero. *Dinámica de puentes de ferrocarril para alta velocidad: métodos de cálculo y estudio de la resonancia*. PhD thesis, Universidad Politécnica de Madrid., 2001.
- [6] F.Bleich. *Theorie und Berechnung der Eisernen Brücken*. Universidad de Michigan, 1924.
- [7] A.Kryloff. *Über die erzwungenen schwingungen von gleichförmigen elastischen stäben*. Mathematische Annalen, 1905.
- [8] L. Fryba. *Vibration of solids and structures under moving loads*. 3rd ed. Thomas Telford, 1999.
- [9] John M. Biggs. *Introduction to Structural Dynamics*. Cambridge University Press, 1964.
- [10] Y.B. Yang, J.D. Yau, and L.C. Hsu. Vibration of simple beams due to trains moving at high speeds. *Engineering Structures*, 19(11):936–944. doi:10.1016/S0141-0296(97)00001-1, 1997.
- [11] Y.H. Chen and C.Y. Li. Dynamic response of elevated high-speed railway. *Journal of Bridge Engineering*, 5:124–130, 2000.
- [12] T. Hayashikawa and N. Watanabe. Dynamic behavior of continuous beams with moving loads. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*, 107:229–246, 1981.
- [13] R.W.Clough and J.Penzien. *Dynamics of Structures*. Mac Graw-Hill., 1993.
- [14] N.M.Newmark. A method of computation for structural dynamics. *ASCE*, 85, 1959.
- [15] R.Calcada, A.Cunha, and R.Delgado. Dynamic analysis of metallic arch railway bridge. *Bridge Engineering.*, 7:214–222, 2002.
- [16] Y.S. Wu, Y.B. Yang, and J.D.Yau. Three-dimensional analysis of train-rail-bridge interaction problems. *Vehicle System Dynamics*, 36(1):1–35, 2001.

- [17] J.W. Kwark, E.S.Choi, Y.J.Kim, B.S.Kim, and S.I.Kim. Dynamic behavior of two-span continuous concrete bridges under moving high-speed train. *Computer and Structures.*, 82:463–474, 2004.
- [18] R.Karoumi. *Response of cable-stayed and suspension bridges to moving vehicles. Analysis methods and practical modelling techniques*. PhD thesis, Department of Structural Engineering, KTH Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden., 1998.
- [19] M.Majka and M.Hartnett. Effects of speed, load and damping on the dynamic response of railway bridges and vehicles. *Computer and Structures.*, 86:556–572, 2008.
- [20] H.Xia and N.Zhang. Dynamic analysis of railway bridge under high-speed trains. *Computer and Structures.*, 81:2467–2478, 2003.
- [21] Y.S.Cheng, F.T.K. Au, and Y.K.Cheung. Vibration of railway bridges under a moving train by using bridgetrack-vehicle element. *Engineering Structures.*, 23:1597–1606, 2001.
- [22] F.Javier Riquelme and F.Gabaldón. Análisis dinámico de estructuras sometidas a acciones de trenes de alta velocidad. Technical report, Universidad Politécnica de Madrid., 2005.
- [23] M.S. Kong, S.S. Yhim, S.H. Son, and D.Y. Kim. Dynamic analysis of the multiple-arch bowstring bridge and conventional arch subjected to moving loads. *Steel Structures*, 6:227–236, 2006.
- [24] S.H. Ju and H.T.Lin. Numerical investigation of a steel arch bridge and interaction with high-speed trains. *Engineering Structures*, 25:241–250, 2003.
- [25] Y.Dugush and M.Eisenberger. Vibrations of non-uniform continuous beams under moving loads. *Sound and Vibration.*, 254:911–926., 2002.
- [26] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A.Castillo-Linares. Design goes up a gear. *Bridge. Design & Engineering*, Issue 33, Fourth Quarter:42–43, 2003.
- [27] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A.Castillo-Linares. Semi-analytic solution in the time domain for non-uniform multi-span bernoulli-euler beams traversed by moving loads. *Journal of Sound and Vibration*, 294:278–297, 2006.
- [28] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A.Castillo-Linares. Solución semianalítica al problema de paso de trenes de alta velocidad sobre puentes hiperestáticos de sección variable. *Actas del VI Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería, Lisboa*, 2004.
- [29] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A.Castillo-Linares. Semi-analytic solution for nonuniform euler-bernoulli beams under moving forces. *Proceedings of the 7th International Conference on Computational Structures Technology, Lisboa*, 294:278–297, 2004.
- [30] A.Castillo-Linares, M.Villameriel-Fernández, G. Montero-Poyatos, M.García-Ramírez, J.de Dios-Moreno-Jiménez, and A.Martínez-Castro. Puente arco sobre la línea de alta velocidad córdoba-málaga. condicionantes dinámicos y constructivos para el diseño. *Hormigón y acero*, 258, 2010.
- [31] E.L.Wilson and R.W.Clough. *Dynamic Response by Step-By-Step Matrix Analysis*. Proceedings, Symposium On the Use of Computers in Civil Engineering, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, 1962.

- [32] E.L.Wilson, I. Farhoomand, and K.J.Bathe. Nonlinear dynamic analysis of complex structures. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, pages 241–252, 10973.
- [33] T.Hughes. *he Finite Element Method - Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis*. Prentice Hall., 1987.
- [34] P. Museros, A. Martínez-Castro, and A.Castillo-Linares. Semi-analytic solution for kirchhoff plates traversed by moving loads. *Actas del Eurodyn 2005, Paris*, 2005.
- [35] K. Henchi, M. Fafard, G. Dhatt, and M. Talbot. Dynamic behaviour of multi-span beams under moving loads. *Journal of Sound and Vibration*, 199(1):33–50. doi:10.1006/jsvi.1996.0628, 1997.
- [36] D.Y. Zheng, Y.K. Cheung, F.T.K. Au, and Y.S. Cheng. Vibrations of multi-span non-uniform beams under moving loads by using modified beam vibration functions. *Journal of Sound and Vibration*, 212(3):455–467. doi:10.1006/jsvi.1997.1435, 1998.
- [37] *Software Verification. PROGRAM NAME: SAP2000. Computers & Structures. COMPUTER FILE: EXAMPLE 1-022. FRAME Ũ TWO-DIMENSIONAL MOMENT FRAME WITH STATIC AND DYNAMIC LOADS.*
- [38] D.Collings. *Steel-Concrete composite bridges*. Thomas Telford, 2005.
- [39] Instrucción de acero estructural (EAE). 2011.
- [40] Rpx 95. recomendaciones para el proyecto de puentes mixtos para carreteras.
- [41] S.B. Renata Stramandinoli and L.La Rovere Henriette. An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members. *Engineering Structures*., 30:2069–2080, 2008.
- [42] H. Xia, G. De Roeck, N. Zhang, and J. Maeck. Experimental analysis of a high-speed railway bridge under thalys trains. *Journal of Sound and Vibration*, 5:., 2002.
- [43] M. A. Valenzuela Saavedra. *Evaluación de factibilidad estructural de puentes atirantados tipo Network como alternativa de puentes en Chile*. PhD thesis, Universidad de Chile., 2007.
- [44] Comité D214 sobre puentes de ferrocarril para velocidades superiores a 200km/h. Erri d214 (c). ponts-rails pour vitesses >200 km/h; calcul des ponts à structure complexe au passage dŠun convoi. logiciels de calcul dynamique. Technical report, European Rail Research Institute., 1999.
- [45] P. Museros, G. Vivero, and E. Alarcón. Propuesta de articulado a la iapf: Efectos dinámicos y apéndice de cálculo dinámico. Technical report, omisión redactora de la IAPF 2000, 1998.